Лекция № 8.
Механические колебания. Свободные незатухающие колебания.

1. **Виды колебаний.**
2. **Пружинный маятник. Гармонические колебания.**
3. **Основные характеристики колебательного процесса.**
4. **Малые колебания. Физический маятник.**
5. **Математический маятник. Квазиупругие силы.**
6. **Периоды колебаний пружинного, физического и математического маятников.**
7. **Сложение колебаний.**

1. Виды колебаний.

Колебаниями называют процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости. Колебания широко распространены в природе и технике и лежат в основе целых отраслей техники (электротехника, радиотехника и т.д.). Как и любое явление природы, колебательные процессы могут сыграть и отрицательную роль (колебания крыльев самолёта, строительных конструкций и т.д.).

Различают два вида колебаний – механические и электромагнитные. В зависимости от внешнего воздействия различают свободные (собственные) и вынужденные колебания.

Свободные колебания происходят в системе, предоставленной самой себе, после вывода её из равновесия. Вынужденные колебания происходят под действием внешней периодически действующей силы.

Ещё один вид колебаний – автоколебания. Это вынужденные колебания, при которых система сама управляет действием внешней силы (маятник в часах).

Параметрическими называют колебания, происходящие в следствие изменения какого либо параметра системы.

2. Пружинный маятник. Гармонические колебания.

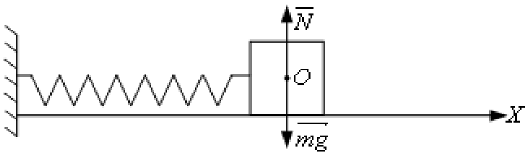


Рис. 8.1

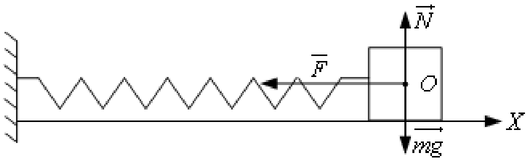


Рис. 8.2.

Рассмотрим тело, лежащее на гладкой горизонтальной поверхности, скреплённое с пружиной. Пусть трением между поверхностью и телом можно пренебречь (рис. 8.1). Если пружина не деформирована, то на тело действуют только две силы – сила тяжести $\overrightarrow{mg}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$, которые компенсируют друг друга. $\vec{N} + \overrightarrow{mg} = 0$. После вывода системы из положения равновесия на тело начинает действовать ничем не скомпенсированная сила упругости, стремящаяся вернуть систему в исходное состояние. Если система предоставлена самой себе – тело совершает свободные незатухающие колебания (рис. 8.2.).

Система, совершающая колебания под действием силы упругости, называется пружинным маятником.

По закону Гука сила упругости $F = -k \cdot x$. По второму закону Ньютона эта сила $F = ma$. Приравнивая правые части последних уравнений, и, учитывая, что ускорение $a = \frac{d^2x}{dt^2} = x''$ есть вторая производная координаты по времени, можно получить $x'' = -\frac{k}{m} \cdot x$ (8.1). Введём обозначение: $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ (8.2). Тогда (8.1) примет вид:

$$x'' = -\omega_0^2 \cdot x \quad (8.3).$$

Уравнение (8.3) в математике называется гармоническим осциллятором или дифференциальным уравнением второго порядка (т.к. в его правой части стоит знак второй производной). Решить дифференциальное уравнение – значит найти функциональную зависимость переменной, удовлетворяющую данному условию. В нашем случае условие таково: вторая производная координаты по времени прямо пропорциональна самой координате, взятой с обратным знаком. В математике доказывается, что только две функции обладают этим свойством. Это функции синуса и косинуса, поэтому решение уравнения (8.3) имеет вид: $x = x_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$ (8.4) или $x = x_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$ (8.5).

Как видно уравнения (8.4) и (8.5) позволяют определить положение колеблющегося тела в любой момент времени, то есть являются решением основной задачи механики для колебательного движения.

Колебания, происходящие по закону синуса или косинуса называются гармоническими.

3. Основные характеристики колебательного процесса.

Рассмотрим уравнения (8.4) и (8.5). Так как максимальные значения синуса и косинуса равны единице, то ***величина x_m есть максимальное смещение колеблющегося тела от положения равновесия, называемая амплитудой колебаний.***

Время Т, за которое система совершает одно полное колебание, называется периодом колебаний.

Число колебаний, совершаемых системой за единицу времени, называется частотой колебаний ν.

Между частотой и периодом колебаний существует связь: $\nu = \dfrac{1}{T}$ (8.6). В СИ частота колебаний измеряется в c^{-1} или в Герцах; 1 c^{-1} = 1 Гц.

Циклическая частота колебаний – ω_0 – величина, показывающая число колебаний, совершаемых за 2π секунд.

Между частотой и циклической частотой существует связь : $\omega_0 = 2\pi \cdot \nu$ (8.7).

Как известно период функций синус и косинус равен 2π радиан.

Физическая величина $\varphi = \omega_0 \cdot t + \varphi_0$ (8.8), показывающая какая часть периода (в радианах) прошла от момента начала колебаний, называется фазой колебаний.

φ_0 – физическая величина, численно равная фазе колебаний в момент времени $t = 0$, называется начальной фазой.

4. Малые колебания. Физический маятник.

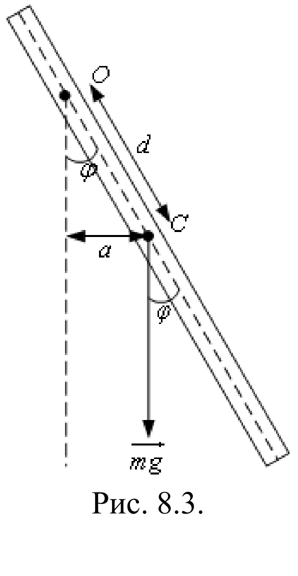


Рис. 8.3.

Колебания, имеющие небольшие амплитуды, называют малыми колебаниями.

Физическим маятником называют любое твёрдое тело, способное совершать свободные колебания относительно оси О, проходящей перпендикулярно плоскости колебаний, на расстоянии d от центра масс тела (рис. 8.3). Запишем основное уравнение динамики вращательного движения для центра масс такого физического маятника: $M = I \cdot \varepsilon$. Из рисунка видно, что $M = -mg \cdot a$ или $M = -mg \cdot d \cdot \sin\varphi$. Знак «–» показывает, что момент силы тяжести стремится вернуть систему в положение равновесия.

Из математики известно, что если угол смещения φ мал, то выполняется соотношение $\sin\varphi \approx \varphi$. Учитывая, что

$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varphi''$ (см. 1.16; 1.22) из основного уравнения динамики вращательного движения можно получить $\varphi'' = -\frac{m \cdot g \cdot d}{I} \cdot \varphi$, обозначив постоянную величину $\frac{m \cdot g \cdot d}{I} = \omega_0^2$ (8.9), окончательно получим:

$$\varphi'' = -\omega_0^2 \cdot \varphi \quad (8.10).$$

Как видно уравнение (8.10) аналогично уравнению (8.3): вторая производная угла отклонения физического маятника от положения равновесия пропорциональна этому углу с обратным знаком. Значит решениями этого уравнения будут:

$\varphi = \varphi_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$ или $\varphi = \varphi_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$

5. Математический маятник. Квазиупругие силы.

Математический маятник является частным случаем физического маятника.

Математический маятник это материальная точка, совершающая свободные колебания на невесомой, нерастяжимой нити.

Реальный маятник, у которого масса колеблющегося тела во много раз больше массы нити, а длина нити во много раз больше размеров тела, можно считать математическим (рис. 8.4).

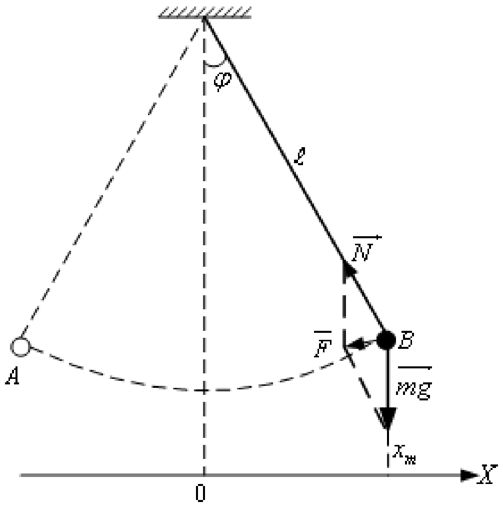


Рис. 8.4.

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения для этой системы. $M = I \cdot \varepsilon$. Если угол φ мал, то $\sin\varphi \approx \varphi$. Тогда, учитывая уравнение (6.5), (6.11),(1.16), (1.22) можно получить: $\varphi'' = -\frac{g}{\ell} \cdot \varphi$. Обозначив $\frac{g}{\ell} = \omega_0^2$ (8.11), получим:

$$\varphi'' = -\omega_0^2 \cdot \varphi \quad (8.12).$$

Если угол φ мал, то дуга AB неотличима от хорды AB. Тогда для координаты колеблющейся точки будем иметь: $x'' = -\omega_0^2 \cdot x$ (8.13). Сравнивая уравнения (8.3), (8.10), (8.12) и (8.13), приходим к выводу, что любое гармоническое колебание описывается уравнением вида: $x'' = -\omega_0^2 \cdot x$, поэтому это уравнение называют уравнением гармонических колебаний в дифференциальном виде. Его решением являются уравнения

$$x = x_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \text{ или } x = x_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0).$$

Из сравнения колебаний физического и математического маятников с колебаниями пружинного маятника, следует, что силы, стремящиеся вернуть систему в положение равновесия, ведут себя подобно силам упругости. Они тем больше, чем больше смещение и направлены в сторону, противоположную смещению. Так, возвращающая сила $\vec{F}$ (на рис. 8.4), является равнодействующей силы тяжести $\overrightarrow{mg}$ и силы натяжения нити $\vec{N}$.

Силы, не являющиеся силами упругости, но, ведущие себя аналогично, называют квазиупругими силами.

Итак, гармонические колебания совершаются либо под действие силы упругости, либо под действием квазиупругих сил. Любую квазиупругую силу можно представить в виде $F = -k \cdot x$.

6. Периоды колебаний пружинного, физического и математического маятников.

Пружинный маятник.

Из уравнений (8.6), (8.7) и (8.2) можно получить: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$ (8.14).

Физический маятник.

Из уравнений (8.6), (8.7) и (8.9) можно получить: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{mg \cdot d}}$ (8.15).

Математический маятник.

Из уравнений (8.6), (8.7) и (8.11) можно получить: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (8.16).

7. Сложение колебаний.

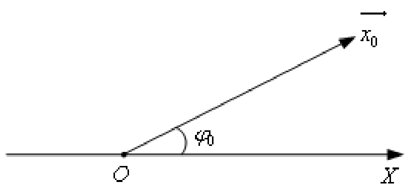


Рис. 8.5.

Решение ряда задач значительно упрощается при использовании метода векторных диаграмм, в основе которого лежит понятие вращающегося вектора.

Возьмём ось *X* и из точки *O* проведём вектор длиной ℓ_0 под углом φ_0 к оси *X*. (Рис. 8.5.)

Если вектор привести во вращение с угловой скоростью ω_0 против часовой стрелки, то проекция конца вектора на ось *X* будет совершать гармонические колебания по закону: $x = x_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$. Таким образом, гармоническое колебание может быть представлено с помощью вектора, длина которого равна амплитуде колебаний, а его направление образует с осью *X* угол φ_0, равный начальной фазе колебания. Отсчёт угла – фазы колебания, ведётся от оси *X* против часовой стрелки.

Сложение колебаний, происходящих вдоль одной прямой.

Пусть точка совершает два колебания, происходящих вдоль одной прямой с одинаковой частотой, описываемых уравнениями:

$$x_1 = A_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_1); \qquad x_2 = A_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_2).$$

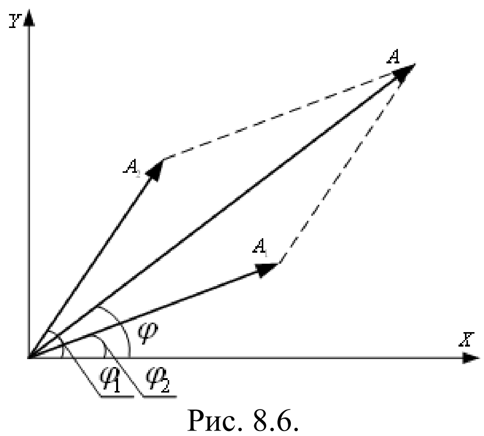


Рис. 8.6.

Представим оба колебания в виде векторных диаграмм. (Рис. 8.6.). Сложив их по правилу параллелограмма, получим результирующий вектор с амплитудой А и начальной фазой φ. Таким образом соответствующее колебание $x = x_1 + x_2$ имеет вид: $x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$.

Анализируя рисунок, для амплитуды результирующего колебания можно получить:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 \cdot A_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (8.17)$$

Рассмотрим частные случаи.

1). $\varphi_1 = \varphi_2$. Тогда разность фаз равна нулю. $\cos 0 = 1$. Тогда $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 \cdot A_2 = (A_1 + A_2)^2$. Таким образом: $A = A_1 + A_2$, следовательно при разности фаз, равной нулю, амплитуды колебаний складываются.

2). $\varphi_2 = \varphi_1 + \pi$. Тогда $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 \cdot A_2 = (A_1 - A_2)^2$. Таким образом: $A = A_1 - A_2$. Следовательно при разности фаз, равной π, амплитуды колебаний вычитаются, а амплитуда результирующего колебания уменьшается.

3). $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$. Тогда $A^2 = A_1^2 + A_2^2$. Таким образом: $A = \sqrt{A_1^{\,2} + A_2^{\,2}}$.

Особый интерес представляет случай, когда колебания происходят с различными, но мало отличающимися друг от друга частотами.

Пусть $\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$, причём $\Delta\omega << \omega_1$ и амплитуды колебаний равны. Тогда

$$x_1 = A \cdot \cos\omega_1 \cdot t \qquad x_2 = A \cdot \cos(\omega_1 + \Delta\omega) \cdot t,$$

а их сумма $x = A \cdot [\cos\omega_1 \cdot t + \cos(\omega_1 + \Delta\omega) \cdot t] = 2A \cdot \cos\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t \cdot \cos\omega_1 \cdot t = x' \cdot \cos\omega_1 \cdot t$. Множитель $x' = 2A \cdot \cos\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t$ изменяется гораздо медленнее, чем второй множитель. Так как $\Delta\omega << \omega_1$, то за время, в течение которого множитель $\cos\omega_1 t$ совершает несколько полных колебаний, x' почти не изменяется. Это даёт нам право рассматривать результирующее колебание, как гармоническое колебание частоты ω, амплитуда которого , медленно изменяется по косинусоидальному закону. Такие колебания получили название пульсаций.(Рис. 8.7.).

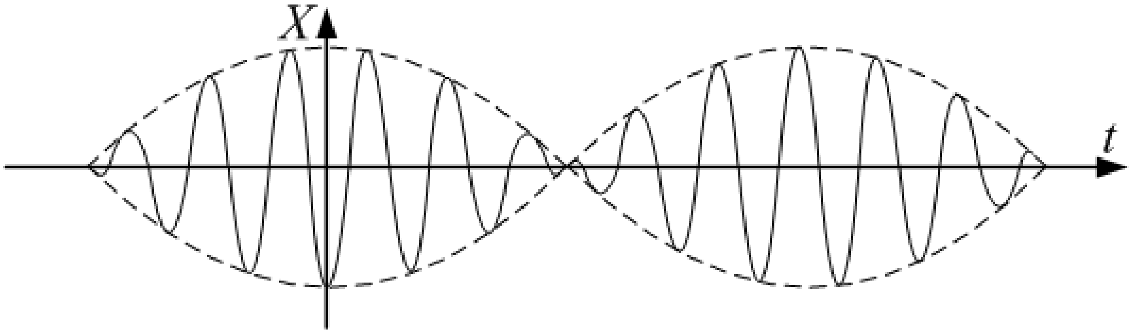


Рис. 8.7.

Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.

Допустим, что материальная точка может совершать колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Такая точка описывает траекторию, вид которой зависит от разности фаз складываемых колебаний. Пусть колебания заданы уравнениями:

$$x = A \cdot \cos\omega \cdot t \qquad y = B \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi).$$

Исключив из этих уравнений время t, получим уравнение траектории. Для этого сделаем некоторые математические преобразования.

$$\cos\omega \cdot t = \frac{x}{A}, \qquad \sin\omega \cdot t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}, \qquad \cos(\omega \cdot t + \varphi) = \frac{y}{B}.$$

Преобразуем $\cos(\omega \cdot t + \varphi) = \cos\omega \cdot t \cdot \sin\varphi + \cos\varphi \cdot \sin\omega \cdot t$, тогда

$\frac{y}{B} = \frac{x}{A} \cdot \cos\varphi + \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \cdot \sin\varphi$ или, избавляясь от корня –

$$\frac{y^2}{B^2} - \frac{2 \cdot x \cdot y}{A \cdot B} \cdot \cos\varphi + \frac{x^2}{A^2} = \sin\varphi \quad (8.18) –$$

общее уравнение траектории материальной точки, совершающей два взаимно перпендикулярных колебания.

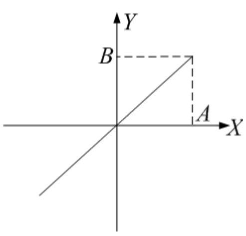


Рис. 8.8.

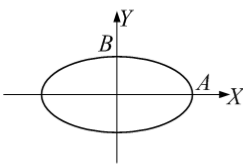


Рис. 8.9.

Рассмотрим частные случаи.

1). $\varphi = 0, \pi$. $\quad \sin\varphi = 0$. $\quad \cos\varphi = \pm 1$, тогда:

$\frac{y}{B} - \frac{x}{A} = 0$ или $y = \pm\frac{B}{A} \cdot x$ – траектория – отрезок прямой, проходящий через начало координат. (Рис. 8.8.).

2). $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ $\quad \sin\varphi = 1$ $\quad \cos\varphi = 0$. Тогда $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$. В этом случае траектория – эллипс, с полуосями А и В. (Рис. 8.9.)

Если амплитуды колебаний равны, то есть А = В – эллипс превращается в окружность.

3). Если частоты колебаний не совпадают, то траектория имеет вид довольно сложных кривых, называемых фигурами Лиссажу. Например, при $\omega_1 = 2\omega_2$, траектории будут иметь вид, изображённой на рис. 8.10.

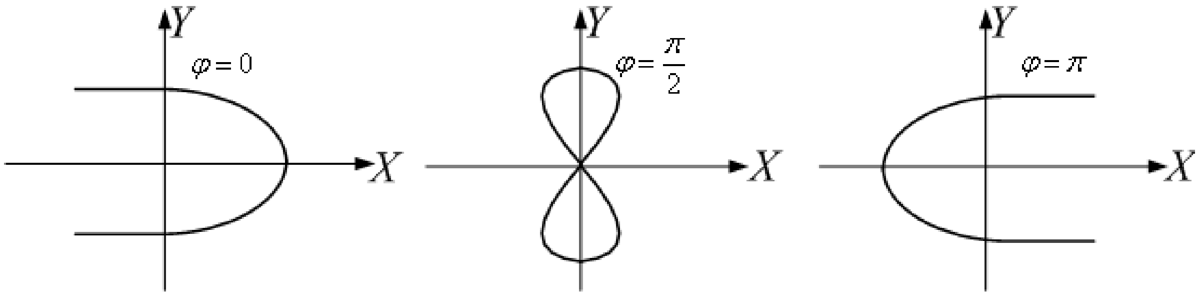


Рис. 8.10.

Вопросы для самоконтроля.

1. Какие колебания называют свободными?
2. Какие колебания называют гармоническими?
3. Какие колебания называют вынужденными?
4. Что такое амплитуда колебаний?
5. Что такое период колебаний?
6. Что такое частота колебаний?
7. Что такое циклическая частота колебаний?
8. Что такое фаза колебаний?
9. Что такое начальная фаза колебаний?
10. Структурно–логическая схема вывода дифференциального уравнения гармонических колебаний.
11. Решения дифференциального уравнения гармонических колебаний.
12. Какие силы называют квазиупругими?
13. Формула периода колебаний физического маятника.
14. Формула периода колебаний математического маятника.
15. Формула периода колебаний пружинного маятника.

Примеры решения задач.

Задача № 1.

Физический маятник в виде однородного стержня длиной 1 м и массой 2 кг совершает незатухающие свободные колебания с амплитудой $\varphi_м = 5°$ относительно оси, проходящей перпендикулярно стержню на расстоянии 0,25 м от центра масс стержня. В момент времени $t_0 = 0$ маятник находится в положении равновесия. Определить момент инерции маятника, его период колебаний, частоту и циклическую частоту колебаний максимальные значения потенциальной и кинетической энергии маятника, а так же написать уравнение колебаний и определить угловое смещение от положения равновесия через $\frac{1}{12}$ периода после начала колебаний.

Дано:	Решение:
$\ell = 1$ м $m = 2$ кг $\varphi_м = 5°$ $d = 0{,}25$ м при $t_0 = 0$ $\varphi = 0$ $t = \frac{1}{12}T$	Сначала амплитуду колебаний, выраженную в градусах переведём в радианы:
I – ? T – ? ν – ? ω_0 – ? E_{km} – ? E_{pm} – ? $\varphi = \varphi(t)$ – ? $\varphi(t)$ – ?	

$180° = \pi$ рад, значит $1° = \frac{\pi}{180}$ рад. Тогда $5° = \frac{5\pi}{180} \approx 0{,}09$ рад. Таким образом $\varphi_м = 0{,}09$ рад.

По теореме Штейнера $I = I_c + m \cdot d^2$, где $I_c = \frac{1}{12} \cdot m \cdot \ell^2$ – момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через его центр масс.. Таким образом:

$I = m \cdot \left(\frac{\ell^2}{12} + d^2\right)$ (1); $I \approx$ **0,29 кг·м^2.**

По (8.15) $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}}$. Учитывая (1), получим:

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}}$; $T \approx$ **1,53 с.**

По (8.6) $\nu = \frac{1}{T}$; $\nu \approx$ **0,65 с$^{-1}$.**

По (8.7) $\omega_0 = 2\pi \cdot \nu$; $\omega_0 \approx$ **4 рад/с.**

Гармонические колебания происходят по закону синуса или косинуса: $\varphi = \varphi_м \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$ или $\varphi = \varphi_м \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$.

Приняв начальную фазу $\varphi_0 = 0$, и, учитывая значения $\varphi_м$ и ω, получим $\varphi = 0{,}09 \cdot \sin 4t$ (2) – уравнение колебаний $\varphi = \varphi(t)$.

Учитывая (8.7) и (8.6) для ω получим: $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Тогда уравнение колебаний примет вид: $\varphi = 0{,}09 \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t$. Подставляя сюда значение времени $t = \frac{1}{12}T$, получим $\varphi = 0{,}09 \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{1}{12} \cdot T$

$\varphi(t) \approx$ **0,045 рад.**

При колебательном, как и при вращательном движении кинетическая энергия определяется формулой: $E_k = \frac{I\omega^2}{2}$, где ω – угловая скорость тела. По (1.16) угловая скорость есть первая производная углового перемещения по времени: $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$. Дифференцируя (2) по времени, получим: $\omega \approx 0{,}09 \cdot 4 \cdot \cos 4t$. Это уравнение выражает зависимость угловой скорости маятника от времени. Так как максимальное значение косинуса равно единице, то максимальное значение угловой скорости $\omega_м =$ 0,36 рад/с. Тогда :

$E_{km} = \frac{I\omega_m^2}{2}$; $E_{km} \approx$ **1,9·10^{-2} Дж.**

По закону сохранения энергии $E_{km} = E_{pm}$, поэтому

$E_{pm} \approx$ **1,9·10^{-2} Дж.**

Ответ: $I \approx$ **0,29 кг·м^2; $T \approx$ 1,53 с; $\nu \approx$ 0,65 с$^{-1}$; $\omega_0 \approx$ 4 рад/с;** $\varphi = 0{,}09 \cdot \sin 4t$ – уравнение колебаний $\varphi = \varphi(t)$; $\varphi(t) \approx$ **0,045 рад; $E_{km} \approx$ 1,9·10^{-2} Дж; $E_{pm} \approx$ 1,9·10^{-2} Дж.**

Задачи для самостоятельного решения.

23. Движение точки задано уравнением: $x = 2\cos 2\pi \cdot t$, $y = 4\sin 2\pi \cdot t$. Написать уравнение траектории точки, построить её, соблюдая масштаб. Найти её скорость и ускорение через 2 с после начала движения.

24. Тонкий обруч радиусом 20 см подвешен на гвоздь, вбитый в стену. Определить период и собственную частоту колебаний такого маятника.

25. К пружине подвесили груз. В результате она растянулась на 9 см. Определить период колебаний груза и его максимальную скорость, если груз оттянуть на 1 см вниз, а затем отпустить.

Лекция № 9.
Затухающие и вынужденные колебания.

1. **Затухающие колебания.**
2. **Логарифмический декремент затухания.**
3. **Вынужденные колебания.**
4. **Резонанс.**

1. Затухающие колебания.

На любую реальную колебательную систему, как правило, действуют силы сопротивления движению, что приводит к затуханию колебаний. В большинстве случаев эти силы прямо пропорциональны скорости движения тел, поэтому, обозначив коэффициент сопротивления *r*, для силы сопротивления получим $F_c = r \cdot \upsilon$ (9.1).

По II закону Ньютона равнодействующая сил, приложенных к телу, численно равна произведению массы тела на его ускорение.

Как известно, любые гармонические колебания происходят под действием квазиупругих сил $F = -k \cdot x$. Тогда, учитывая (9.1) и то, что силы сопротивления направлены в сторону противоположную движению, второй закон Ньютона примет вид: $m \cdot a = -r \cdot \upsilon - k \cdot x$, или, учитывая (1.7), (1.4)

$$m \cdot x'' = -r \cdot x' - k \cdot x$$

Разделив обе части равенства на m, и, обозначив $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ (9.2); $\frac{r}{m} = 2 \cdot \beta$ (9.3), можно получить:

$$m \cdot x'' + 2 \cdot \beta \cdot x' + \omega_0^2 \cdot x = 0 \quad (9.4)$$

Уравнение (9.4) есть дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний.

В случае малого затухания, ($\beta << \omega_0$) – решение этого уравнения имеет вид:

$$x = x_0 \cdot e^{-\beta \cdot t} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (9.5),$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ (9.6) – частота затухающих колебаний. Таким образом, частота затухающих колебаний меньше частоты собственных колебаний системы ω_0, которые происходили бы в отсутствие сил сопротивления.

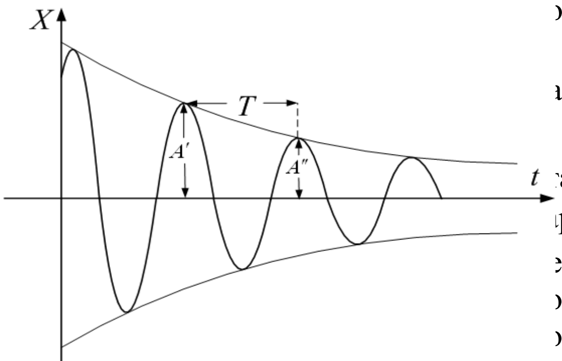


Рис. 9.1.

Величина β в формулах (9.3), (9.4) и (9.5) называется коэффициентом затухания.

Множитель $x_0 \cdot e^{-\beta \cdot t}$ в уравнении (9.5) представляет собой амплитуду затухающего колебания, а гармонический множитель $\cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$ «ответственен» за само колебание. Таким образом, затухающие колебания это гармонические колебания, амплитуда которых убывает с течение времени по экспоненциальному закону.(Рис. 9.1.)

2. Логарифмический декремент затухания.

Затухающие колебания принято характеризовать ***логарифмическим декрементом затухания λ – натуральным логарифмом отношения двух амплитуд колебания, отстоящих друг от друга на время равное периоду колебаний Т. (***Рис. 9.1.)

$$\lambda = \ln\frac{x_0 \cdot e^{-\beta \cdot t}}{x_0 \cdot e^{-\beta\cdot(\cdot t+T)}} = \beta \cdot T \quad (9.6)$$

Найдём время τ, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз. Если в момент времени t амплитуда колебаний $x_1 = x_0 \cdot e^{-\beta\cdot t}$, то в момент времени $(t+\tau)$ амплитуда будет: $x_n = x_0 \cdot e^{-\beta\cdot(\cdot t+\tau)}$. Тогда $\frac{x_1}{x_n} = \frac{x_0 \cdot e^{-\beta\cdot t}}{x_0 \cdot e^{-\beta\cdot(\cdot t+\tau)}} = e^{\beta\cdot\tau}$, но по условию $\frac{x_1}{x_n} = e$, значит: $\beta \cdot \tau = 1$. Отсюда

$$\beta = \frac{1}{\tau} \quad (9.7)$$

Таким образом, коэффициент затухания численно равен обратному значению промежутка времени, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

Учитывая (9.7), (9.6) примет вид: $\lambda = \frac{T}{\tau}$ (9.8). Величина

$$N_e = \frac{\tau}{T} \quad (9.9)$$

показывает, какое число колебаний должна совершить система, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в e раз.

Учитывая (9.9), (9.8) примет вид:

$$\lambda = \frac{1}{N_e} \quad (9.10) –$$

логарифмический декремент затухания численно равен величине обратной числу колебаний, в течение которых амплитуда уменьшается в e раз.

3. Вынужденные колебания.

Чтобы колебания не затухали – на систему должна действовать периодическая внешняя сила. Колебания, происходящие под действием таких сил, называются вынужденными. Если эта сила изменяется по гармоническому закону $F = F_0 \cos \omega t$, то из II закона Ньютона можно получить:

$$x'' + 2\cdot\beta\cdot x' + \omega_0^2 \cdot x = f_0 \cdot \cos\omega \cdot t \quad (9.11),$$

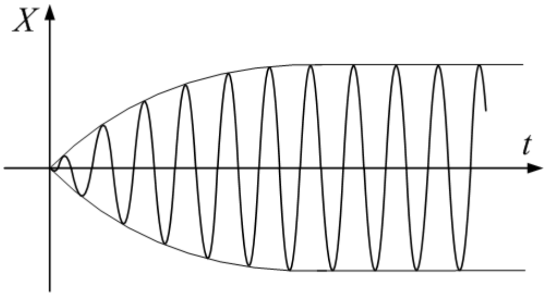


Рис. 9.2.

где $f_0 = \frac{F_0}{m}$. Уравнение (9.11) есть дифференциальное уравнение вынужденных колебаний. Это уравнение является неоднородным дифференциальным уравнением. Его решение ищется в виде двух слагаемых:

$x = x_0 \cdot e^{-\beta\cdot t} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \alpha)$ (9.12),

где $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$; $tg\alpha = \frac{2\cdot\beta\cdot\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$ и

$x = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4\cdot\beta^2\cdot\omega^2}}\cos(\omega \cdot t + \alpha)$ (9.13), где ω – частота вынуждающей силы.

Первое слагаемое играет заметную роль только вначале процесса – при установлении колебаний. С течением времени множитель $e^{-\beta\cdot t}$ стремится к нулю и, по прошествии достаточного времени, им можно пренебречь. Поэтому уравнение (9.13) описывает установившиеся вынужденные колебания. (Рис. 9.2.)

4. Резонанс.

Итак: вынужденные колебания это гармонические колебания, происходящие с частотой вынуждающей силы. Их амплитуда зависит от амплитуды и частоты вынуждающей силы. Эта зависимость приводит к тому, что если частота вынуждающей силы, достигает некоторого значения $\omega_{рез}$, то амплитуда вынужденных колебаний достигает максимального значения. Это явление получило название резонанса. Максимальная амплитуда колебаний – резонансной амплитуды. $\omega_{рез}$ – резонансной частоты.

Из уравнения (9.13) следует, что амплитуда установившихся вынужденных колебаний определяется формулой:

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4 \cdot \beta^2 \cdot \omega^2}} \quad (9.14)$$

Чтобы найти резонансную частоту, нужно найти максимум функции (9.14) или, что то же самое, минимум подкоренного выражения. Для этого подкоренное выражение нужно продифференцировать по ω, производную приравнять к нулю и, решить полученное уравнение относительно ω.

Дифференцирование даёт: $-4 \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot \omega + 8 \cdot \beta^2 \cdot \omega = 0$.

Полученное уравнение имеет три решения: $\omega = 0$ и $\omega = \pm\sqrt{\omega_0^2 - 2 \cdot \beta^2}$. Первое решение соответствует максимуму знаменателя (т.е. минимуму амплитуды). Из остальных решений – отрицательное должно быть отброшено, т.к. частота не может быть отрицательной. Следовательно: резонансная частота определяется формулой:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2 \cdot \beta^2} \quad (9.15).$$

Подставив значение $\omega_{рез}$ в (9.14), для резонансной амплитуды получим

$$A_{рез} = \frac{f_0}{2 \cdot \beta \cdot \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (9.16).$$

Из (9.16) следует, что если бы среда не оказывала сопротивления движению, то амплитуда вынужденных колебаний при резонансе достигала бы бесконечности.

Вопросы для самоконтроля.

1. Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний.
2. Решение дифференциального уравнения свободных затухающих колебаний.
3. Формула зависимости амплитуды свободных затухающих колебаний от времени.
4. Формула коэффициента затухания.
5. Формула частоты затухающих колебаний.
6. Что такое логарифмический декремент затухания?
7. Формулы логарифмического декремента затухания.
8. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний.
9. Решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний.
10. Что такое резонанс?
11. Формула амплитуды установившихся вынужденных колебаний.
12. Формулы резонансной частоты и амплитуды.

Примеры решения задач.

Задач № 1.

Тело массой 0,5 кг скреплено с пружиной жёсткостью 10 Н/м и совершает затухающие колебания. Начальная амплитуда колебаний 0,1 м. Коэффициент сопротивления движению $r = 0{,}1$ кг/с. В момент времени $t_0 = 0$ тело максимально смещено от положения равновесия. Определить коэффициент затуханий, логарифмический декремент затухания, период собственных колебаний, написать уравнение данного колебания, а так же определить, через какое время от начала колебаний амплитуда уменьшится вдвое.

Дано:	Решение:
$m = 0{,}5$ кг $k = 10$ Н/м $A = 0{,}1$ м $r = 0{,}1$ кг/с	Данная система представляет собой пружинный маятник, период колебаний которого можно определить по (8.14): $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$;
$\beta - ?$ $\lambda - ?$ $x = x(t) - ?$ $T_0 - ?$ $t - ?$	$\boldsymbol{T_0 \approx}$ **1,41 с.** По (9.5) уравнение затухающих колебаний $x = A_0 \cdot e^{-\beta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$ (1). По (9.6) частота затухающих колебаний $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. Из (8.2) следует: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Из (9.3) $\beta = \frac{r}{2m}$; $\boldsymbol{\beta = 0{,}1}$ **с$^{-1}$**.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{r}{2m}\right)^2}; \ \omega \approx \mathbf{4{,}47\ с^{-1}}.$$

Учитывая, что в начальный момент времени тело максимально смещено от положения равновесия, приняв начальную фазу $\varphi_0 = 0$, и, подставляя численные значения x_0, β, ω в (1) получим:

$$x = 0{,}1 \cdot e^{-0{,}1 \cdot t} \cdot \cos 4{,}47 \cdot t$$

По (9.1) логарифмический декремент затухания

$\lambda = \beta \cdot T_0$; $\boldsymbol{\lambda = 0{,}14}$.

Найдём время, за которое амплитуда уменьшится вдвое. По условию. $\frac{A_0}{A} = 2$, $A_0 = 0{,}1$ м; $A = 0{,}1e^{-0{,}1t}$. Тогда $2 = \frac{0{,}1}{0{,}1 \cdot e^{-0{,}1 \cdot t}}$. Отсюда:

$e^{-\beta \cdot t} = 0{,}5$. Логарифмируя, получим:

$\ln 0{,}5 = -\beta \cdot t$. Отсюда $\boldsymbol{t = -\frac{\ln 0{,}5}{\beta}}$.

$t \approx$ **6,93 с.**

Ответ: $\boldsymbol{T_0 \approx}$ **1,41 с;** $\boldsymbol{\beta = 0{,}1}$ **с$^{-1}$;** $\omega \approx$ **4,47 с$^{-1}$;** $\boldsymbol{\lambda = 0{,}14}$**;** $t \approx$ **6,93 с.**

Задачи для самостоятельного решения.

26. За 8 мин амплитуда затухающих колебаний уменьшилась в 3 раза. Определить коэффициент затухания.

27. Во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний математического маятника длиной 1 м за 10 мин, если логарифмический декремент затухания 0,0023?

28. На сколько резонансная частота отличается от собственной частоты колебаний системы $\nu_0 = 1$ кГц, характеризуемой коэффициентом затухания $\beta = 400$ с$^{-1}$?

Лекция № 10.
Механические волны. Элементы акустики.

1. **Поперечные и продольные волны.**
2. **Уравнение бегущей волны.**
3. **Интерференция и дифракция волн.**
4. **Характеристики звуковых волн.**
5. **Эффект Доплера в акустике.**

1. Поперечные и продольные волны.

Колебания, возбуждённые в одной точке среды, могут распространяться в ней во все стороны с постоянной скоростью, зависящей от свойств среды. Такой процесс называется волновым процессом или просто волной.

При волновом процессе частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия, передавая друг другу импульс и энергию. Таким образом, волна есть перенос энергии без переноса вещества.

Если колебания отдельных частиц происходят в плоскости перпендикулярной распространению волны, волна называется поперечной. Такие волны образуются в твёрдых телах и на поверхностях жидкостей.

В продольных волнах направления колебаний точек среды и распространения волны совпадают. Такие волны могут распространяться в любой среде.

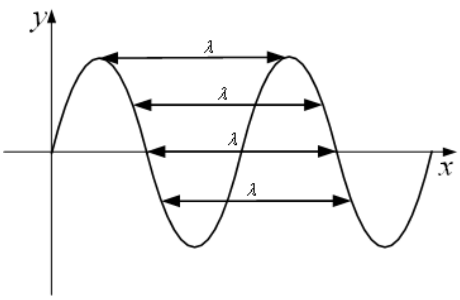


Рис. 10.1.

Одной из основных характеристик волн является длина волны.

Длиной волны λ называется расстояние между двумя ближайшими точками, совершающими колебания в одинаковой фазе. (Рис. 10.1.)

Колебания таких точек отстают друг от друга на время, равное периоду колебаний, поэтому скорость распространения волны может быть найдена по формуле:

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \text{ или } \upsilon = \lambda \cdot \nu \quad (10.1)$$

Опыт показывает, что если источник волн покоится, то их скорость величина постоянная, зависящая только от свойств среды. Ещё одной характеристикой волн является волновое число $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (10.2). Учитывая (10.1) и (8.7), для k получим: $k = \frac{\omega}{\upsilon}$ (10.3).

Геометрическое место точек, до которых в данный момент времени дошло возмущение, называется волновым фронтом.

Если источник волн точечный и колебания от него распространяются во все стороны – волна называется сферической. Если волна распространяется по плоскости – плоской.

2. Уравнение бегущей волны.

Бегущей называется волна, уносящая в пространство энергию колебаний источника.

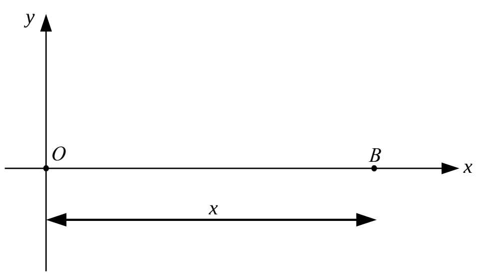


Рис. 10.2.

Уравнение бегущей волны выражает зависимость смещения колеблющейся точки от положения равновесия от её координаты и времени колебаний.

Рассмотрим плоскую волну. Пусть точка О (рис. 10.2) совершает гармонические колебания согласно уравнению: $y = A_0 \cdot \cos\omega \cdot t$.

До точки *B*, имеющей координаты (*x; 0*), это колебание дойдёт спустя время $\tau = \dfrac{x}{\upsilon}$. Колебания точки *B* будут отставать по фазе от колебаний точки *O* на величину, зависящую от расстояния от т. *O* до т. *B*, то есть от значения координаты *x*, которую имеет точка *B*. Сдвиг фаз при этом будет $\varphi = \omega\,\tau$. Тогда колебания точки *B* описываются уравнением: $y = A_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - \omega \cdot \tau)$ или, учитывая значение τ: $y = A_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - \dfrac{\omega}{\upsilon} \cdot x)$ (10.4). Учитывая (10.3), получим: $y = A_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$ (10.5). Уравнения (10.4) и (10.5) и есть уравнения бегущей волны, позволяющие определять смещения точки от положения равновесия в любой момент времени на любом расстоянии от источника волн.

3. Интерференция и дифракция волн.

Основными признаками любого волнового процесса является интерференция и дифракция.

Явление наложения волн друг на друга, приводящее к усилению волнового процесса в одних местах и его ослаблению в других, получило название интерференции.

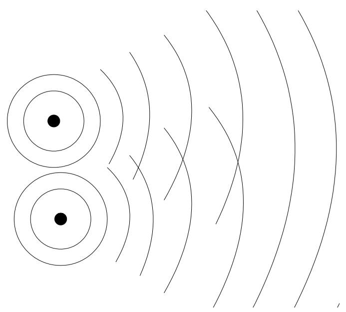


Рис. 10.3.

Интерферировать могут только когерентные волны.

Волны, имеющие одинаковую частоту колебаний и постоянный во времени сдвиг фаз, называют когерентными.

При интерференции волны не изменяют друг друга и на достаточном расстоянии от источника распространяются так, как распространялась бы одна волна в отсутствие остальных. (Рис. 10.3). В результате интерференции в пространстве устанавливается устойчивая картина распределения максимумов и минимумов интенсивности. Для примера рассмотрим интерференцию двух плоских волн, исходящих от одинаковых источников (рис. 10.4). Очевидно, для того чтобы в точке *A* наблюдался максимум интенсивности, волны должны придти в неё в одинаковых фазах.

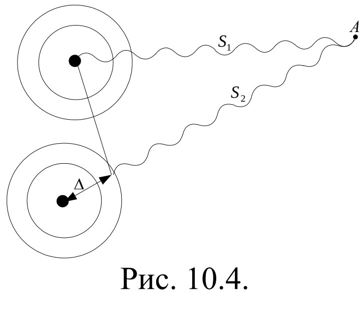


Рис. 10.4.

Это возможно при условии, что на разности хода двух волн $\Delta = S_2 - S_1$ укладывается целое число длин волн. Таким образом, условие максимумов имеет вид: $\Delta = k \cdot \lambda$ (10.6), где $k = 1, 2, \ldots$ – любое целое число.

Чтобы в точке *A* наблюдался минимум интенсивности волны должны придти в неё в противофазах. Для этого должно выполняться условие:

$\Delta = (2 \cdot k + 1) \cdot \dfrac{\lambda}{2}$ (10.7), где $k = 0, 1, 2, \ldots$, то есть на разности хода двух волн должно укладываться нечётное число полуволн.

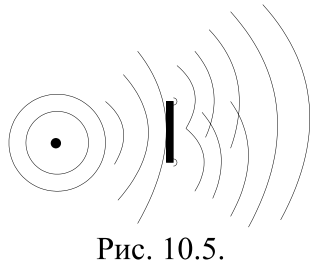


Рис. 10.5.

Явление огибания волнами препятствий получило название дифракции волн (рис. 10.5).

Дифракция наблюдается при условии, что размеры препятствий сравнимы с длиной волны. Дифракция объясняется с помощью принципа Гюйгенса– Френеля, сформулированного для световых волн: ***каждая точка пространства, до которой дошло возмущение, становится источником вторичных волн, огибающая которых является волновым фронтом в каждый последующий момент времени. Так как вторичные волны порождены одной и той же волной то они являются когерентными и способны интерферировать друг с другом.***

4. Характеристики звуковых волн.

Звук – это продольные волны, распространяющиеся в любой упругой среде. Человеческое ухо способно воспринимать звуки с частотой от 16 до 20 000 Гц. Звуки делятся на музыкальные тона и шумы. Музыкальный тон – звук, которому соответствует одна строго определённая частота колебаний. Высота тона определяется частотой колебаний. Чем больше частота колебаний – тем выше тон звука.

Шумы – звуки с различными частотами колебаний.

Интенсивность звука – его энергетическая характеристика, показывающая энергию, переносимую волной за единицу времени через единицу площади поверхности перпендикулярной направлению распространения звука.

$$I = \frac{dW}{dS \cdot dt} \quad (10.8) \quad [I] = \left[\frac{Дж}{м^2 \cdot с}\right] = \left[\frac{Вт}{м^2}\right]$$

Интенсивность звука – его объективная характеристика. Субъективной характеристикой звука является уровень громкости или просто громкость звука. По закону Вебера–Фехнера $L = \lg \frac{I}{I_0}$ (10.9), где $I_0 = 10^{-12}\ Вт/м^2$ – так называемый порог слышимости.

В СИ громкость звука измеряется в беллах. На практике используется единица в 10 раз меньше – децибел. $[L] = [дб]$.

Из закона Вебера–Фехнера следует, что при возрастании интенсивности звука в 100 раз его громкость увеличивается всего в 2 раза.

5. Эффект Доплера в акустике.

Акустика – раздел физики изучающий звуковые явления. Эффектом Доплера в акустике называется явление изменения частоты звуковых колебаний при движении источника и приёмника звука относительно друг друга.

Если источник и приёмник звука покоятся относительно друг друга, то из (10.1) следует

$\nu_0 = \frac{\upsilon_0}{\lambda}$ (10.10), где υ_0 – скорость распространения звука в данной среде.

Если источник приближается к приёмнику со скоростью υ, то скорость распространения звука относительно приёмника будет $\upsilon_0 + \upsilon$. Тогда частота колебаний будет $\nu = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{\lambda}$. По (10.10) $\lambda = \frac{\upsilon_0}{\nu_0}$, тогда $\nu = \nu_0 \cdot \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{\upsilon_0}$ (10.11). Как видно при взаимном сближении источника и приёмника звука его частота увеличивается, а тон повышается.

Если источник удаляется от приёмника со скоростью υ, то скорость звука относительно приёмника $\upsilon_0 - \upsilon$. Тогда $\nu = \nu_0 \cdot \frac{\upsilon_0 - \upsilon}{\upsilon_0}$ (10.12). При взаимном удалении источника и приёмника частота звука уменьшается, а его тон понижается.

Вопросы для самоконтроля.

1. Какие волны называют продольными?
2. Какие волны называют поперечными?
3. Что такое длина волны?
4. Формула скорости распространения волн.
5. Структурно–логическая схема вывода уравнения бегущей волны.
6. Что такое интерференция?
7. Какие волны называют когерентными?
8. Условия максимумов и минимумов при интерференции.
9. Что такое дифракция?

10. Принцип Гюйгенса–Френеля.
11. Что такое интенсивность звука?
12. Формула интенсивности звука.
13. Что такое уровень громкости звука?
14. Закон Вебера–Фехнера.
15. Эффект Доплера.
16. Формула частоты звуковых колебаний при взаимном сближении источника и приёмника звука.
17. Формула частоты звуковых колебаний при взаимном удалении источника и приёмника звука.

Примеры решения задач.

Задача № 1.

Колеблющиеся точки, находящиеся на одном луче, удалены от источника колебаний на 6 и 8,7 м колеблются с разностью фаз $\frac{3\pi}{4}$. Период колебаний источника 10^{-2} с. Определить длину волны, скорость распространения колебаний; составить уравнение волны для первой и второй точек, считая амплитуды колебаний 0,5 м.

Дано:

$x_1 = 6$ м

$x_2 = 8{,}7$ м

$\Delta\varphi = \frac{3\pi}{4}$

$T = 10^{-2}$ с

$A_1 = A_2 = A = 0{,}5$ м

$\lambda - ?$

$\upsilon - ?$

$y = y(x,t) - ?$

Решение:

По (10.4) уравнение бегущей волны имеет вид:

$y = A\cdot\cos(\omega\cdot t - kx)$ (1), где $k = \frac{\omega}{\upsilon}$ (2). Тогда

$y = A\cdot\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\right]$, по (8.7), (8.6) $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (3). Тогда

$y = A\cdot\cos\left[\frac{2\pi}{T}\cdot\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\right]$ или $y = A\cdot\cos\left[2\pi\cdot\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\upsilon\cdot T}\right)\right]$.

Из (10.1), (8.6) следует $\upsilon\cdot T = \lambda$ (4), тогда

$y = A\cdot\cos\left[2\pi\cdot\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$.

Величина, стоящая под знаком косинус, есть фаза колебания. Тогда разность фаз колебаний первой и второй точек будет

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\cdot\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) - 2\pi\cdot\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right).$$

t – время, прошедшее от момента начала колебаний источника. Поэтому оно одинаково для обоих точек. Таким образом $\Delta\varphi = 2\pi\cdot\frac{x_2 - x_1}{\lambda}$. Отсюда $\lambda = 2\pi\cdot\frac{x_2 - x_1}{\Delta\varphi}$;

$\lambda \approx$ **7,2 м.**

Из (4) следует: $\upsilon = \frac{\lambda}{T}$; $\upsilon \approx$ **720 м/с.**

По (3) $\omega =$ 314 рад/с. По (2) $k \approx 0{,}44$.

Подставляя численные значения в уравнение (1), для первой точки получим

$\boldsymbol{y_1 = 0{,}5\cos(314\cdot t - 2{,}62)}$

Для второй:

$\boldsymbol{y_2 = 0{,}5\cos(314\cdot t - 3{,}83)}$

Ответ: $\lambda \approx$ **7,2 м**; $\upsilon \approx$ **720 м/с**; $\boldsymbol{y_1 = 0{,}5\cos(314\cdot t - 2{,}62)}$; $\boldsymbol{y_2 = 0{,}5\cos(314\cdot t - 3{,}83)}$.

Задачи для самостоятельного решения.

29. Уравнение плоской волны имеет вид: $y = 5 \cdot 10^{-2} \cos(628 \cdot t - 2x)$. Определить частоту колебаний ν и длину волны λ, скорость распространения волн и максимальные значения скорости и ускорения точек среды.

30. Поперечные волны с амплитудой 10 см распространяются вдоль прямой линии. Определить смещение точки, удалённой от источника на расстояние $x = \frac{3}{4}\lambda$, в момент, когда от начала колебаний прошло время $t = 0{,}9T$.

31. Мимо платформы проходит поезд. Когда поезд приближается, кажущаяся частота звука его сирены ν_1 = 1100 Гц. Когда удаляется – ν_2 = 900 Гц. Найти скорость поезда и частоту звука сирены, если поезд покоится.

СЕМИНАР
по теме «Свободные колебания»

I. Задания для повторения.

1. Какие процессы называют колебательными?.
2. Гармонический осциллятор.
3. Решения уравнения гармонического осциллятора.
4. Какие колебания называют гармоническими?
5. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
6. Его решение.
7. Формула коэффициента затухания.
8. Формула логарифмического декремента затухания.
9. Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний.
10. Его решение.

II. Экспериментальные задания.

1. Физический маятник в виде однородного стержня массой 3,4 кг и длиной 1,6 м отклонить от положения равновесия на угол 10°. Ось, относительно которой будут совершаться колебания, должна проходить через точку, удалённую от центра масс маятника на расстояние, равное ¼ его длины.

   Измерить время 10 колебаний маятника. По известным значениям и измеренной величине, пренебрегая силами сопротивления, определить: период, частоту, циклическую частоту колебаний маятника, написать уравнение его движения, уравнения зависимости угловой скорости и углового ускорения от времени, определить максимальные значения этих величин, значение полной механической энергии маятника, написать зависимость возвращающего момента сил, действующих на маятник, и определить его максимальное значение. Рассчитать теоретическое значение момента инерции стержня относительно данной оси и его значение на основании опытных данных. Определить относительную погрешность измерений.
2. Измерить время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается вдвое. По полученным результатам определить: значения коэффициента затухания, коэффициента сопротивления, логарифмического декремента затухания и написать уравнение данного колебания.

Лекция № 11.
Основы молекулярной физики.

1. **Основы молекулярно–кинетической теории.**
2. **Основное уравнение молекулярно–кинетической теории.**
3. **Тепловое равновесие. Температура.**
4. **Уравнение Менделеева – Клапейрона. Экспериментальные газовые законы.**

1. Основы молекулярно–кинетической теории.

Молекулярная физика изучает процессы, происходящие в макроскопических телах, состоящих из огромного количества микроскопических тел. В её основе лежат три основных положения, называемых основными положениями молекулярно–кинетической теории.

1. ***Все тела состоят из молекул.***
2. ***Молекулы очень малы и находятся в беспрерывном хаотическом движении.***
3. ***Молекулы взаимодействуют друг с другом.***

Молекулы различных веществ состоят из различных атомов ($H_2O,\ CuSO_4$ и т.п.), но именно молекула, а не атом обладает всеми физико–химическими свойствами данного вещества, поэтому измерять количество вещества было бы логично числом молекул данного вещества, но при этом пришлось бы иметь дело с огромными числами, что неудобно.

Оценить размеры молекул можно исходя из следующего опыта. Известно, что 1 мм^3 масла, растекаясь по поверхности воды ни при каких условиях не может занять площадь более 4 м^2. Можно предположить, что толщина масляного слоя при этом равна диаметру одной молекулы. Тогда $d = \frac{V}{S} = \frac{1 \cdot 10^{-9}\text{м}^3}{4\text{м}^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-9}\text{м}$.

Считая молекулу шарообразной и, что в плёнке молекулы расположены вплотную друг к другу, можно оценить количество молекул в 1 мм^3 масла: $N = \frac{V}{V_0}$, где $V_0 = \frac{4}{3}\pi R^3$ – объём одной молекулы. Подставляя численные значения, получим $N \approx 10^{21}$.

Зная массу 1 мм^3 масла, и число молекул в нём, можно оценить массу одной молекулы: $m_0 = \frac{m}{N} \approx 10^{-26}$ кг.

Итак: измерять количество вещества числом его молекул – неудобно. В СИ количество вещества измеряется в молях.

Один моль – количество вещества, в котором содержится столько молекул или атомов (в зависимости от того, из чего состоит вещество – из одноатомных или многоатомных молекул), сколько атомов содержится в 12 г изотопа углерода C_6^{12}.

Таким образом, в одном моле любого вещества содержится одно и то же число структурных единиц. Это число называется числом Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Масса вещества, взятого в количестве 1 моля М, называется молярной массой вещества.

Зная массу вещества и его молярную массу, можно определить количество вещества: $\nu = \frac{m}{M}$ (11.1).

С другой стороны $\nu = \frac{N}{N_A}$ (11.2). Из (11.1) и (11.2) следует, что число молекул в веществе $N = \frac{m}{M} \cdot N_A$ (11.3) или $N = \nu \cdot N_A$ (11.4).

2. Основное уравнение молекулярно – кинетической теории.

Это уравнение называется основным потому, что было первым, полученным уравнением, связавшим макроскопический параметр – давление, с микроскопическими параметрами – массой молекулы и скоростью движения молекул.

Простейшими свойствами обладает газ, молекулы которого взаимодействуют лишь при упругих столкновениях. Такой газ называется идеальным. Это ещё одна физическая модель наряду с материальной точкой и т.п.

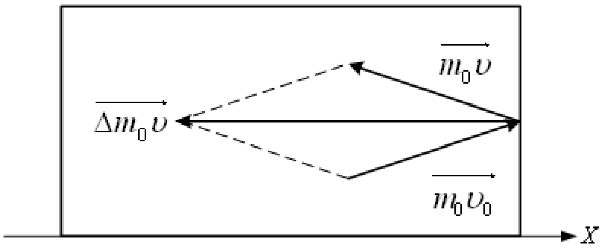


Рис. 11.1.

Определим давление идеального газа, оказываемое им на стенки сосуда. Для простоты возьмём одноатомный идеальный газ. Рис. 11.1.

Как известно (см. 4.1), давление $p = \frac{F}{S}$. По II закону Ньютона $F = \frac{\Delta m\upsilon}{\Delta t}$, где $\Delta m\upsilon$ – изменение импульса стенки сосуда. Изменение импульса одной молекулы при её упругом столкновении со стенкой будет: $\overrightarrow{\Delta m_0\upsilon} = \overrightarrow{m_0\upsilon} - \overrightarrow{m_0\upsilon_0}$ (рис. 11.1). Проецируя на ось *X*, получим: $-\Delta m_0\upsilon_x = -m_0\upsilon_x - m_0\upsilon_{0x}$. При упругом столкновении модуль скорости не меняется. Тогда: $-\Delta m_0\upsilon_x = -2 \cdot m_0\upsilon_x$. Изменение импульса стенки будет равно по величине и противоположно по направлению. Поэтому сила, с которой молекула действует на стенку, будет: $f = \frac{2 \cdot m_0\upsilon_x}{\Delta t}$, где Δt – время столкновения молекулы со стенкой. Все молекулы, сталкивающиеся со стенкой, подействуют на неё с силой $F = N \cdot f$. Число сталкивающихся со стенкой молекул, $N = nV$, где n – концентрация молекул; *V* – объём, в котором они находятся.

Очевидно, что за время Δt со стенкой столкнутся лишь те молекулы, которые находятся от неё на расстоянии $\ell = \upsilon_x \cdot \Delta t$, тогда $V = \upsilon_x \cdot \Delta t \cdot S$. Наконец, учитывая, что в среднем к правой стенке движется только половина молекул, находящихся в сосуде, для силы их взаимодействия со стенкой можно получить: $F = n \cdot S \cdot m_0\upsilon_x^2$.

Молекул в сосуде очень много и направления их движения равноправны и равновероятны. Поэтому $\upsilon_x = \upsilon_y = \upsilon_z$. По теореме Пифагора для трёхмерного пространства $\upsilon^2 = \upsilon^2{}_x + \upsilon^2{}_y + \upsilon^2{}_z = 3 \cdot \upsilon^2{}_x$. Отсюда: $\upsilon^2{}_x = \frac{1}{3} \cdot \upsilon^2$. Так как молекулы движутся с различными скоростями, то υ – есть средняя скорость движения всех молекул. Учитывая всё сказанное, для давления получим:

$$p = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m_0 \cdot \upsilon^2 \quad (11.5)$$

Это и есть основное уравнение молекулярно – кинетической теории, связавшее воедино макроскопический параметр – давление, с микроскопическими параметрами – массой молекулы m_0 и средней скоростью движения молекул υ.

(11.5) позволяет рассчитывать среднюю скорость движения молекул газа в зависимости от его давления и концентрации молекул. Расчёты скорости движения молекул, произведённые по этой формуле, дают, казалось бы противоречащие повседневному опыту результаты – 300, 400, 500, 600 и т.д. м/с. Например запах разлитой пахучей жидкости распространяется по помещению достаточно медленно, а при таких скоростях он должен распространяться практически мгновенно. Дело в том, что молекулы испаряющейся жидкости движутся не в пустоте, а испытывают постоянные столкновения с молекулами воздуха, беспрерывно меняя направление своего движения.

Из (5.8), (11.5) можно получить $p = \frac{2}{3} \cdot n \cdot E$ (11.6) – где E – средняя кинетическая энергия движения молекул.

(11.6) является ещё одной формой записи основного уравнения молекулярно–кинетической теории.

3. Тепловое равновесие. Температура.

Тепловым равновесием называется состояние системы, при котором все её макроскопические параметры (*p, V, T*) остаются неизменными.

Опыт показывает, что если несколько газов находятся в тепловом равновесии, то отношения их давлений к концентрациям есть величина постоянная. Поэтому величину $\frac{p}{n}$ можно считать количественной мерой температуры, но её размерность $\left[\frac{p}{n}\right] = [Дж]$ совпадает с энергетической размерностью. Что бы выразить температуру в привычных градусах нужно ввести коэффициент пропорциональности.

Кельвином была предложена абсолютная шкала температур. Так как $\frac{p}{n} \geq 0$, то по шкале Кельвина последней степенью холода является температура, при которой при неизменном объёме давление идеального газа становится равным 0, а при неизменном давлении – объём становится равным 0. Температура по этой шкале измеряется в Кельвинах (К), причём 1 К= 1°С, а 0 К ≈ -273°С.

Для абсолютной температуры $\frac{p}{n} = k \cdot T$ (11.7), где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$ – постоянная Больцмана.

Из (11.7) следует $p = n \cdot k \cdot T$ (11.8).

Из (11.6), (11.8) можно получить $E = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$ (11.9). Таким образом, температура есть мера средней кинетической энергии молекул.

4. Уравнение Менделеева – Клапейрона. Экспериментальные газовые законы.

Подставляя в (11.8) значение $n = \frac{N}{V}$, учитывая (11.3), и, обозначив постоянную величину $k \cdot N_A = R$ (11.10), можно получить:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \quad (11.11)$$

Это и есть уравнение Менделеева – Клапейрона. Величина $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$ называется универсальной газовой постоянной.

Из уравнения Менделеева – Клапейрона следуют три важных соотношения, полученных экспериментально до вывода этого уравнения. Поэтому они носят название экспериментальных газовых законов.

1. Пусть газ переходит из одного состояния в другое при неизменной температуре $T = const$. Такой процесс называется изотермическим. Так как *m, M, R* при этом не изменяются, то из уравнения Менделеева – Клапейрона следует:

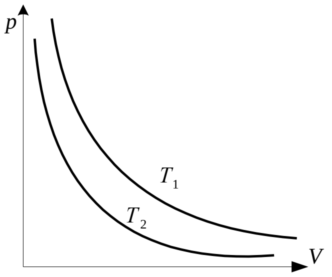


Рис. 11.2

$pV = const$ (11.12). ***Для данной массы газа при постоянной температуре произведение давления на объём есть величина постоянная.*** (Закон Бойля – Мариотта).

Из закона Бойля – Мариотта следует: $p = \frac{c}{V}$. Графически зависимость давления от объёма изображается гиперболой, называемой изотермой. Рис. 11.2. Из уравнения Менделеева – Клапейрона видно, что значение константы c зависит от температуры: $c = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$. Это значит, что выше лежит изотерма, температура которой больше. $T_1 > T_2$.

2. Если газ переходит из одного состояния в другое при неизменном давлении $p = const$ – процесс называется изобарным.

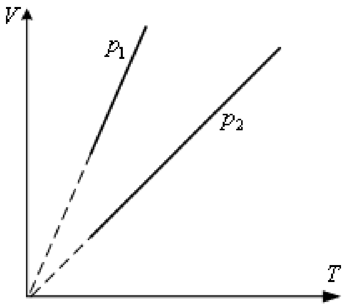


Рис. 11.3

Из уравнения Менделеева – Клапейрона следует $\frac{V}{T} = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{p}$ или

$\frac{V}{T} = const$ (11.13). ***Для данной массы газа при неизменном давлении отношение давления к температуре есть величина постоянная.*** (Закон Гей–Люссака).

Из закона Гей–Люссака следует: $V = c \cdot T$. Зависимость объёма от температуры при изобарном процессе изображается лучом, исходящим из начала координат и называется изобарой. При этом, чем меньше давление – тем больше значение константы c, следовательно: более круто идёт изобара соответствующая меньшему давлению. $p_1 < p_2$.

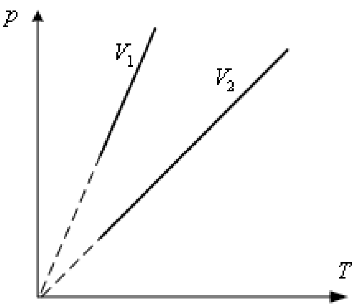


Рис. 11.4

3. Процесс, протекающий при неизменном объёме $V = const$, называется изохорным. Тогда:

$\frac{p}{T} = const$ (11.14). ***Для данной массы газа при неизменном объёме отношение давления к температуре есть величина постоянная.*** (Закон Шарля).

Из закона Шарля следует: $p = c \cdot T$ – зависимость давления от температуры изображается лучом, исходящим из начала координат, и, называемым изохорой.

Из уравнения Менделеева – Клапейрона следует, что круче идёт изохора, соответствующая меньшему объёму: $V_1 < V_2$.

Все изобары и изохоры вначале имеют прерывистый вид потому, что ни один реальный газ ни при каких условиях не может принять давление или объём равными нулю. В действительности в начале координат сходятся продолжения всех изобар и изохор.

Если температуру изображать в градусах Цельсия (рис. 11.5), то продолжения всех изохор и изобар пересекутся в одной точке, соответствующей температуре $t \approx -273$ °C.

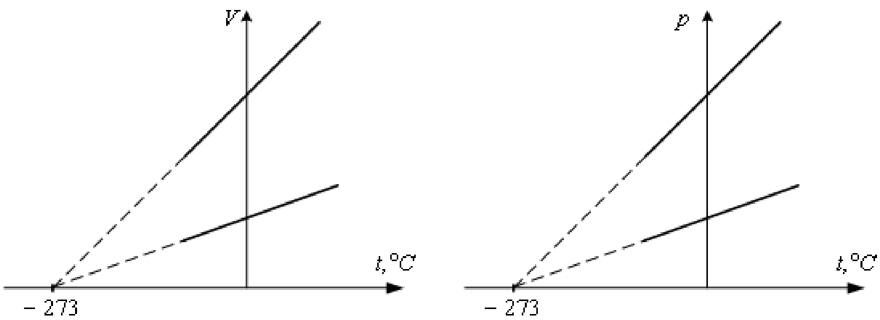


Рис. 11.5

Таким образом: 0 K ≈ – 273°C.

Ещё одним экспериментальным газовым законом является закон Дальтона. Он гласит: ***давление смеси газов равно сумме парциальных давлений этих газов.***

$$p = \sum_{i=1}^{n} p_i \quad (11.15).$$

Парциальным давлением называется давление газа, которое он оказывал бы в отсутствие других газов.

Вопросы для самоконтроля.

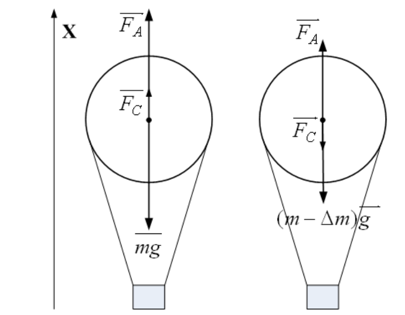
1. Сформулировать основные положения молекулярно–кинетической теории.
2. Дать определение 1 моля вещества.
3. Что такое число Авогадро?
4. Что такое молярная масса?
5. Формулы для определения количества вещества.
6. Что такое идеальный газ?
7. Структурно–логическая схема вывода основного уравнения молекулярно–кинетической теории газа.
8. Формула зависимости давления идеального газа от средней кинетической энергии его молекул.
9. Формула зависимости давления идеального газа от температуры.
10. Формула зависимости средней кинетической энергии молекул от температуры.
11. Структурно–логическая схема вывода уравнения Менделеева–Клапейрона.
12. Что такое изопроцессы?
13. Сформулировать закон Бойля–Мариотта.
14. Сформулировать закон Гей–Люссака.
15. Сформулировать закон Шарля.
16. Сформулировать закон Дальтона.

Примеры решения задач.

Задача № 1.

Какой массы балласт нужно сбросить с равномерно опускающегося аэростата, чтобы он начал равномерно подниматься с той же по модулю скоростью? Сопротивление воздуха одинаково в обоих случаях. Объём аэростата 1000 м^3. Температура воздуха 10°C. Атмосферное 720 мм рт.ст. Масса аэростата с балластом 1206 кг.

Дано:	СИ
$F_{c1} = F_{c2} = F_c$	
$\upsilon_1 = \upsilon_2 = const$	
$V = 10^3$ м^3	
$m = 1206$ кг	
$t = 10$°C	283 K
$p = 720$ мм рт.ст.	95760 Па
Δm – ?	



Решение:

Для перевода давления, выраженного мм рт.ст. в систему СИ, воспользуемся формулой (4.2) $p = \rho_p \cdot g \cdot h$, где $\rho_p = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3 – плотность ртути, $h = 720$ мм рт.ст.=0,72 м – высота столба ртути, тогда

$$p = 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}72 = 95760 \text{ Па}.$$

Т.к. скорость аэростата в обоих случаях постоянна, то по первому закону Ньютона:

в первом случае: $\overrightarrow{F_A} + \overrightarrow{F_C} + \overrightarrow{mg} = 0$

во втором случае: $\overrightarrow{F_A} + \overrightarrow{F_C} + (m - \Delta m) \cdot \overrightarrow{g} = 0$.

Проецируя на X, получаем:

$F_A + F_C - mg = 0$

$F_A - F_C - (m - \Delta m) \cdot g = 0$.

Сложив оба уравнения, получим:

$2F_A - 2mg + \Delta mg = 0$. Отсюда

$$\Delta m = \frac{2(mg - F_A)}{g} \quad (1).$$

По закону Архимеда (см.(4.3)) $F_A = \rho_в \cdot V \cdot g$, где $\rho_в$ – плотность воздуха; V – объём, вытесненного аэростатом воздуха.

Из уравнения Менделеева – Клапейрона $p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$ следует: $p = \frac{m}{V} \cdot \frac{R \cdot T}{M}$, где $M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ – молярная масса воздуха; $\frac{m}{V} = \rho$ – его плотность. Таким образом $\rho_в = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$. Тогда для силы Архимеда получим: $F_A = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} \cdot V \cdot g$. Подставим значение F_A в уравнение (1), получим

$$\Delta m = 2 \cdot \left(m - \frac{p \cdot M}{R \cdot T} V \right). \ \Delta m \approx \mathbf{50\ кг.}$$

Ответ: $\Delta m \approx$ **50 кг.**

Задачи для самостоятельного решения.

32. Определить сколько молей и молекул водорода содержится в объёме 50 м^3 под давлением 767 мм рт. ст. при температуре 18°C. Какова масса и плотность этого водорода?

33. В сосуде объёмом 2 м^3 находится смесь 4 кг гелия и 2 кг водорода при температуре 27°C. Определить давление и молярную массу смеси газов.

34. Оболочка воздушного шара объёмом 800 м^3 заполнена водородом при температуре 273 К. На сколько изменится подъёмная сила шара при повышении температуры до 294 К? Объём оболочки считать неизменным, а внешнее давление нормальным и равным 10^5 Па. В нижней части оболочки имеется отверстие, через которое водород может выходить в окружающее пространство.

Лекция № 12.
Основы термодинамики.

1. **Число степеней свободы. Средняя энергия молекул газа.**
2. **Работа и количество теплоты как меры изменения внутренней энергии.**
3. **Первое начало термодинамики и его применение к изопроцессам.**
4. **Удельная и молярная теплоёмкости.**
5. **Адиабатный процесс. Уравнение Пуассона.**
6. **Циклические (круговые) процессы. Работа цикла.**
7. **Второе начало термодинамики. Тепловые двигатели.**
8. **Цикл Карно. КПД цикла Карно.**
9. **Понятие энтропии.**
10. **Явления переноса.**

Термодинамика возникла после изобретения человеком теплового двигателя. Первоначально это была наука о превращении тепла в механическую работу, но результаты термодинамических исследований оказались настолько общими, что в настоящее время термодинамические методы используются при исследовании физических и химических процессов.

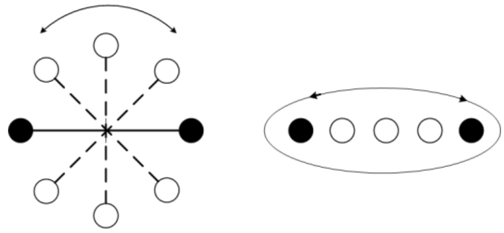
Термодинамика рассматривает тепловые процессы без учёта молекулярного строения вещества. В её основе лежат два экспериментальных закона или начала.

1. Число степеней свободы. Средняя энергия молекул газа.

Число степеней свободы i – число независимых координат, по которым можно судить о положении молекулы в пространстве.

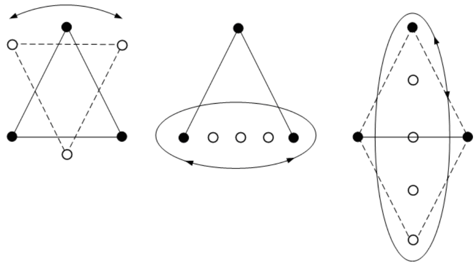
Рассмотрим одноатомную молекулу, представив её в виде очень маленького шарика. Судить о перемещении такого шарика в пространстве можно по изменению его координат x, y, z. Поэтому говорят, что одноатомная молекула имеет три поступательные степени свободы: $i_1 = 3$.

Двухатомную молекулу можно представить в виде двух шариков, жёстко связанных друг с другом. (Рис. 12.1.) Такие молекулы также имеют три поступательные степени свободы. Кроме того, как бы оставаясь на одном месте, они могут вращаться в плоскости чертежа (рис. 12.1 *а*) или в плоскости перпендикулярной чертежу (рис. 12.1 *б*),при этом конфигурация шариков меняется. Таким образом, двухатомные молекулы имеют три поступательные и две вращательные степени свободы: $i_2 = 5$.



а) *б)*

Рис. 12.1



а) *б)* *в)*

Рис. 12.2

Трёхатомную молекулу представим в виде трёх шариков жёстко связанных друг с другом. Такие молекулы имеют три поступательные и три вращательные степени свободы (рис. 12.2). Таким образом, у трёхатомной молекулы $i_3 = 6$.

У молекул состоящих из большого числа атомов могут появляться колебательные вдоль осей координат степени свободы. Максимальное число степеней свободы молекулы — $i = 9$.

Как было показано выше (см. 11.10),

средняя кинетическая энергия одноатомного газа $E = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$. Так как все степени свободы молекул равноправны и равновероятны, то есть ни одна из них не имеет преимуществ перед другими, то можно утверждать, что на одну степень свободы молекулы приходится энергия $\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot k \cdot T$ (12.1). Уравнение (12.1) является законом распределения энергии по степеням свободы, согласно которому ***на каждую степень свободы молекулы приходится средняя энергия*** $\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot k \cdot T$.

Значит энергия молекулы, имеющей i степеней свободы, будет: $E = \frac{i}{2} \cdot k \cdot T$ (12.2). Умножив эту энергию на число молекул, входящих в систему (см. (11.3) и (11.11)), получим:

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \quad (12.3).$$

Величина U называется внутренней энергией системы. В термодинамике нас будет чаще интересовать не само значение внутренней энергии, а её изменение. Так как для данной массы газа $\frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R$ – величина постоянная, то $\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot \Delta T$ (12.4) или, в дифференциальном виде: $dU = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot dT$ (12.5).

2. Работа и количество теплоты, как меры изменения внутренней энергии.

Опыт показывает, что внутреннюю энергию системы можно изменить только двумя способами – совершая над ней механическую работу, или, передавая ей некоторое количество теплоты. При этом одинакового результата можно добиться любым из этих способов. Причём впоследствии определить каким образом произошло это изменение, будет совершенно невозможно. В этом состоит эквивалентность работы и количества теплоты.

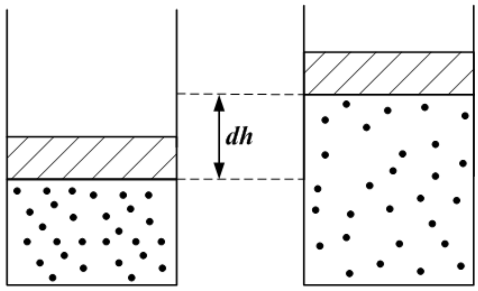


Рис. 12.3

Определим работу газа по перемещению поршня в цилиндре на расстояние dh (рис. 12.3). По определению работы (см. 5.2), $dA = F \cdot dh$, где F – сила, с которой газ действует на поршень.

Из (4.1) следует: $F = p \cdot S$, где S – площадь поверхности поршня, на которую действует газ. Тогда для работы газа получим: $dA = p \cdot dV$ (12.6). Полная работа газа при изменении его объёма от V_1 до V_2 будет:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV \quad (12.7),$$

где p – зависимость давления газа от его объёма.

Процесс изменения внутренней энергии без совершения механической работы, получил название теплообмена. Величина Q, равная изменению внутренней энергии в процессе теплообмена, называется количеством теплоты.

3. Первое начало термодинамики и его применение к изопроцессам.

Закон сохранения энергии, распространённый на тепловые процессы, получил название I начала (закона) термодинамики. Он гласит: ***количество теплоты, переданное системе, идёт на изменение её внутренней энергии и на совершение системой меха-***

нической работы против внешних сил.

$$Q = \Delta U + A \quad (12.8)$$

Применим первое начало термодинамики к изопроцессам.

1. Изотермический процесс. Так как $T = const$, то $\Delta T = 0$. Значит $\Delta U = 0$. Тогда, по (12.8) $Q = A$. При изотермическом процессе, всё подводимое к системе тепло, идёт на совершение работы.

2. Изобарный процесс. $p = const$. $\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot \Delta T$; $A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV$, тогда по (12.8) $Q = \Delta U + A$. При изобарном процессе, подводимое количество теплоты идёт на изменение её внутренней энергии и на совершение механической работы.

3. Изохорный процесс. $V = const$, значит $dV = 0$ и следовательно $A = 0$. По (12.8) $Q = \Delta U$. При изохорном процессе всё подводимое количество теплоты идёт на изменение внутренней энергии системы.

4. Удельная и молярная теплоёмкости.

Количество теплоты, полученное или отданное системой, определяется формулами:

$$dQ = c \cdot m \cdot dT \text{ или } dQ = C \cdot \nu \cdot dT \quad (12.9)$$

Величина c, равная количеству теплоты, необходимого для нагревания 1 кг вещества на 1 К, называется удельной теплоёмкостью.

Величина C, равная количеству теплоты, необходимого для нагревания 1 моля вещества на 1 К, называется молярной теплоёмкостью.

Удельная и молярная теплоёмкости связаны соотношением: $c = \frac{C}{M}$ (12.10). Теплоёмкость зависит от условий, при которых происходит нагревание. Особый интерес представляет случай нагрева газа при постоянном объёме и при постоянном давлении. В первом случае говорят о теплоёмкости при постоянном объёме C_V, во втором – при постоянном давлении – C_p.

Найдём молярные теплоёмкости идеального газа. Для простоты возьмём 1 моль газа. Тогда по (12.9) $C_V = \frac{dQ}{dT}$. По первому началу термодинамики при неизменном объёме $A = 0$.

Следовательно, $dQ = dU$. По (12.5) для 1 моля газа получим: $dQ = \frac{i}{2} \cdot R \cdot dT$. Тогда:

$$C_V = \frac{i}{2} \cdot R \quad (12.11)$$

При нагревании газа при постоянном давлении, он совершает работу $dA = p \cdot dV$. Из уравнения Менделеева – Клапейрона для 1 моля газа следует: $dV = \frac{R \cdot dT}{p}$. Тогда $A = R \cdot T$ (12.12). Отсюда вытекает физический смысл универсальной газовой постоянной: ***универсальная газовая постоянная численно равна работе 1 моля газа при его изобарном нагревании на 1 К.***

По первому началу термодинамики при изобарном процессе $dQ = dU + dA$. Для 1 моля газа $dU = \frac{i}{2} \cdot R \cdot dT$; $dA = R \cdot dT$, тогда $C_p = \frac{\frac{i}{2} \cdot R \cdot dT + R \cdot dT}{dT}$. Учитывая (12.11), получим:

$$C_p = C_V + R \quad (12.13).$$

Это уравнение называется уравнением Майера.

Важное значение в термодинамике имеет величина $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ (12.14), называемая адиабатической постоянной. Учитывая (12.11) и (12.13), для адиабатической постоянной получим: $\gamma = 1 + \dfrac{2}{i}$ (12.15).

5. Адиабатный процесс. Уравнение Пуассона.

Адиабатным называется процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой. $dQ = 0$.

Применяя I начало термодинамики к адиабатному процессу, получим $dA = -dU$ (12.16). Отсюда следует, что без подвода энергии из вне, работа может совершаться только за счёт убыли внутренней энергии, но такой процесс не может продолжаться долго. Таким образом I начало термодинамики запрещает создание вечного двигателя 1 рода – устройства, совершающего механическую работу без потребления энергии из вне.

По I началу термодинамики для адиабатного процесса $dU + dA = 0$. Из (12.5), (12.11) для 1 моля газа получим $dU = C_V \cdot dT$. По (12.6) $dA = p \cdot dV$, тогда $C_V \cdot dT + p \cdot dV = 0$. Разделив полученное уравнение на $C_V \cdot T$ получим $\dfrac{dT}{T} + \dfrac{p \cdot dV}{C_V \cdot T} = 0$ (12.17). Из уравнения Менделеева – Клапейрона для 1 моля газа $T = \dfrac{p \cdot V}{R}$ (12.18). Из (12.13) следует $R = C_p - C_V$, тогда $T = \dfrac{p \cdot V}{C_p - C_V}$. Подставляя значение T во второе слагаемое (12.17), после преобразований получим $\dfrac{dT}{T} + \dfrac{dV}{V} \cdot (\gamma - 1) = 0$.

Интегрируя, а затем потенцируя полученное уравнение, приходим к уравнению Пуассона в переменных *T, V*:

$$T \cdot V^{(\gamma - 1)} = const \quad (12.19).$$

Подставляя в (12.19) значение T из (12.18), получим уравнение Пуассона в переменных *p, V*:

$$p \cdot V^{\gamma} = const \ . \ (12.20)$$

6. Циклические (круговые) процессы. Работа цикла.

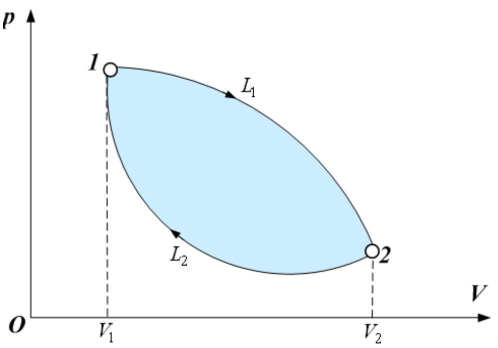


Рис. 12.4

Круговым процессом или просто циклом называется процесс, при котором система, пройдя ряд состояний, возвращается в исходное состояние.

На pV – диаграмме цикл изображается замкнутой кривой (рис. 12.4). Если цикл осуществляется по часовой стрелке – он называется прямым. Если против – обратным. Первый осуществляется в тепловых двигателях, второй – в холодильных машинах.

Пусть на рис. 12.4 осуществляется прямой цикл, тогда работа цикла будет: $A = \int_1^2 p \cdot dV + \int_2^1 p \cdot dV$. Первый интеграл равен работе при переходе из состояния 1 в состояние 2 по кривой L_1. Эта работа равна площади фигуры, заключённой между кривой L_1, осью V и абсциссами V_1 и V_2. Второй интеграл имеет отрицательное значение, так как dV<0 и равен работе, которую надо совершить над системой, чтобы перевести её в исходное состояние. По величине эта работа равна площади фигуры, ограниченной линиями L_2, осью V и абсциссами V_1 и V_2. Таким образом, работа цикла равна площади фигуры, ограниченной замкнутой кривой, изображающей цикл.

Если первое начало термодинамики в виде $dQ = dU + dA$ проинтегрировать по всему циклу, то получим: $\oint dQ = \oint dU + \oint dA$. Так как система возвращается в исходное состояние, то $\oint dU = 0$. Это значит, что работа совершённая за цикл, происходит только за счёт количества теплоты поступающего в систему. Эта теплота в части цикла поступает в систему, а в части выходит из неё. При обходе цикла почасовой стрелке, в систему поступает большее количество теплоты, чем выходит из неё. Поэтому система совершает положительную работу.

Если цикл осуществляется против часовой стрелки, то работа будет той же по абсолютному значению, но отрицательной. В этом случае работа совершается над системой. Система преобразует работу в теплоту: в одной части цикла в систему поступает теплота, а в другой – вытекает больше теплоты, чем входит.

По своему значению система, выполняющая циклический процесс, является машиной, производящей работу за счёт поступающего в неё количества теплоты. Чем больше количество теплоты, поступившего в систему, превращается в механическую работу, тем более эффективна машина.

7. Второе начало термодинамики. Тепловые двигатели.

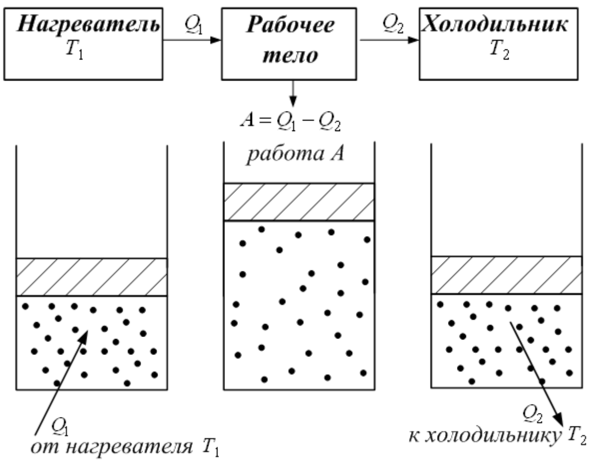


Рис. 12.5

Тепловым двигателем называется устройство, преобразующее тепловую энергию, получаемую при сгорании топлива, в механическую работу. Любой тепловой двигатель должен работать циклически. Принципиальная схема теплового двигателя изображена на рис. 12.5. Рабочее тело (как правило газ), получая от нагревателя, имеющего температуру T_1, количество теплоты Q_1, расширяется и совершает работу. Так как ни один материал не способен выдерживать бесконечно большие температуры и невозможно создать бесконечно длинный цилиндр – рабочее тело необходимо перевести в исходное состояние. Для этого часть теплоты Q_2 необходимо передать холодильнику, имеющему температуру T_2. Таким образом, работа, совершаемая системой за цикл – $A = Q_1 - Q_2$. Отсюда следует, что ***невозможно создать двигатель, который всю полученную теплоту превращал бы в работу.*** Это и есть второе начало термодинамики в формулировке Кельвина – Планка.

КПД цикла $\eta = \dfrac{A}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ (12.21).

Принципиальная схема холодильной машины изображена на рис. 12.6. В этом случае от более холодного тела отбирается некоторое количество теплоты Q_2, а более горячему телу передаётся количество теплоты $Q_1 > Q_2$. Что бы это было возможным, над рабочим телом надо совершить работу

Рис. 12.6

$A = Q_1 - Q_2$. Из анализа работы холодильной машины, вытекает другая формулировка второго начала термодинамики (Клаузиус). ***Без совершения работы нельзя отобрать теплоту у менее нагретого тела и передать её более нагретому. Самопроизвольно теплота может переходить только от более нагретых тел к менее нагретым.***

Таким образом, второе начало термодинамики запрещает создание вечного двигателя второго рода. Например, охлаждая мировой океан, без совершения работы, человечество могло бы получать колоссальную энергию и преобразовывать её в механическую работу, что невозможно.

Величина $\eta == \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$ (12.22) – называется холодильным коэффициентом.

8. Цикл Карно. КПД цикла Карно.

Основываясь на втором начале термодинамики, Карно доказал теорему: ***из всех, циклически действующих машин, имеющих одинаковые температуры нагревателя и холодильника, наибольшим КПД обладают обратимые машины. При этом КПД этих машин одинаков и не зависит от конструкции машины и природы рабочего тела.***

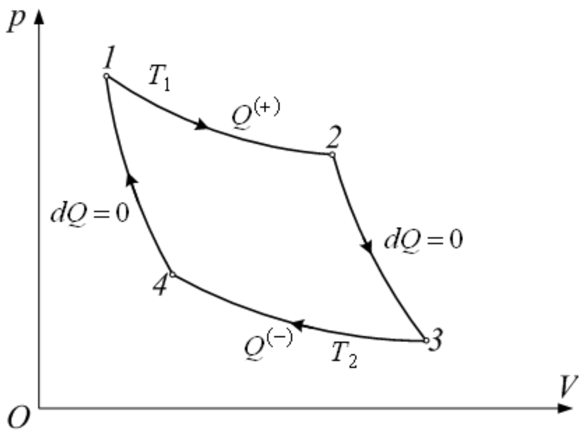


Рис. 12.7

Карно придумал цикл, КПД которого является наибольшим. Этот цикл получил название цикла Карно. Он состоит из двух изотерм (1–2, 3–4) и двух адиабат (2–3, 4–1).(Рис. 12.7.)

КПД такого цикла определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ (12.23)

Во второй теореме Карно доказал, что ***коэффициент полезного действия любой машины, работающей с теми же нагревателем и холодильником, но по другому циклу, всегда меньше.***

Таким образом, формула Карно определяет максимальное значение КПД теплового двигателя.

9. Понятие энтропии.

Из выражений (12.22),.(12.23) можно получить: $\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0$. Величина $\frac{Q}{T}$ получила название приведённого количества теплоты. Таким образом, для цикла Карно сумма приведённых количеств теплоты равна нулю: $\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{T_i} = 0$.

На бесконечно малом участке любого процесса приведённое количество теплоты может быть записано в виде $\frac{dQ}{T}$. Тогда для цикла Карно получим: $\oint \frac{dQ}{T} = 0$. Отсюда следует, что выражение $\frac{dQ}{T}$ является полным дифференциалом некоторой функции S, которая определяется только состоянием системы и не зависит от пути, по которому система переходит в данное состояние, то есть $\frac{dQ}{T} = dS$ (12.24). Эта функция получила название энтропии. Изменение энтропии в обратимом процессе $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1$. Если система совершает обратимый цикл, то $\Delta S = 0$.

В термодинамике доказывается, что при необратимых процессах энтропия системы возрастает.

Полученные результаты в общем виде можно записать так $\Delta S \geq 0$. Это неравенство называется неравенством Клаузиуса.. Так как реальные процессы, как правило, необратимы, то можно утверждать, что все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению её энтропии – принцип возрастания энтропии. Этот принцип лежит в основе ещё одной формулировки второго начала термодинамики: ***Возможны только такие процессы, происходящие в замкнутой макроскопической системе, которые ведут к увеличению её энтропии.***

Физический смысл энтропии был выяснен Больцманом, предположившим, что энтропия связана с термодинамической вероятностью состояния системы. Термодинамической вероятностью называется число способов, которыми может быть реализовано данное состояние. Состояние, осуществляемое относительно малым числом способов, называют упорядоченным. Состояние, осуществляемое многими различными способами, называют беспорядочным. Формула Больцмана для энтропии имеет вид: $S = k \cdot \ln W$ (12.25), где W – термодинамическая вероятность. Таким образом, энтропия является количественной мерой степени молекулярного беспорядка.

Второе начало термодинамики имеет и статистический смысл: при необратимых процессах, происходящих в замкнутой системе, вероятность состояния возрастает, при обратимых – остаётся неизменной.

10. Явления переноса.

Хаотическое тепловое движение молекул приводит к тому, что в веществе, при нарушении равновесия, могут возникать потоки тепла, или массы, или импульса. Эти явления называются явлениями переноса.

Молекулы газа, находясь в тепловом движении, непрерывно сталкиваются друг с другом, в результате чего направление их движения всё время изменяется.

Минимальное расстояние, на которое сближаются центры двух молекул при столкновении, называют эффективным диаметром молекулы.

Расстояние, которое молекула проходит между двумя последовательными столкновениями, называют длиной свободного пробега.

Вязкость (внутреннее трение).

Сила внутреннего трения обусловлена переносом импульса от одного слоя вязкой среды к другому и определяется формулой Ньютона: $F = -\eta \cdot \frac{d\upsilon}{dx} \cdot S$ (12.26), где η – коэффициент динамической вязкости; $\frac{d\upsilon}{dx}$ – градиент скорости – величина, показывающая как изменяется скорость при переходе от одного слоя к другому; S – площадь соприкасающихся слоёв.

Коэффициент динамической вязкости зависит от температуры и от свойств среды. Эта зависимость для жидкостей и газов различна. У жидкостей с повышением температуры коэффициент динамической вязкости уменьшается, а у газов – увеличивается.

Диффузия.

Если в направлении оси X создать градиент плотности вещества $\frac{d\rho}{dx}$, то через некоторую площадку, площадью S будет переносится масса вещества M, которую можно найти по эмпирической формуле Фика: $M = -D \cdot \frac{d\rho}{dx} \cdot S \cdot \Delta t$ (12.27), где D – коэффициент диффузии, зависящий от рода вещества, температуры, давления и показывающий какая масса вещества переносится через единичную поверхность за единицу времени при градиенте плотности равном единице. Знак минус говорит о том, что масса переносится в направлении убывания плотности.

Теплопроводность.

Если в некоторой среде вдоль оси X создать градиент температуры $\frac{dT}{dx}$, то возникает поток энергии, который можно найти по эмпирической формуле Фурье: $Q = -\chi \cdot \frac{dT}{dx} \cdot S \cdot \Delta t$ (12.28), где χ – коэффициент теплопроводности, зависящий от свойств среды. Знак минус показывает, что энергия переносится в сторону уменьшения температуры.

Вопросы для самоконтроля.

1. Что такое число степеней свободы молекулы?
2. Сформулировать закон распределения энергии по степеням свободы.
3. Формула внутренней энергии.
4. Структурно–логическая схема вывода формулы работы газа.
5. Сформулировать первое начало термодинамики.
6. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам.
7. Что такое удельная теплоёмкость?
8. Что такое молярная теплоёмкость?
9. Формула молярной теплоёмкости при постоянном объёме.
10. Формула молярной теплоёмкости при постоянном давлении.
11. Физический смысл универсальной газовой постоянной.
12. Уравнение Майера.
13. Адиабатическая постоянная.
14. Какой процесс называют адиабатным?
15. Применение первого начала термодинамики к адиабатному процессу.
16. Структурно–логическая схема вывода уравнения Пуассона.
17. Какие процессы называют циклическими?
18. Работа цикла.
19. Второе начало термодинамики в формулировке Кельвина–Планка.
20. Какие процессы называют необратимыми?
21. Второе начало термодинамики в формулировке Клаузиуса.
22. КПД цикла.
23. Цикл Карно.
24. КПД цикла Карно.
25. Что такое энтропия?
26. Принцип возрастания энтропии.
27. Физический смысл энтропии.
28. Что такое эффективный диаметр молекулы?
29. Что такое длина свободного пробега молекулы?
30. Формула Ньютона для вязкого трения.
31. Физический смысл коэффициента динамической вязкости.
32. Формула Фика для диффузии.
33. Физический смысл коэффициента диффузии.
34. Формула Фурье для теплопроводности.
35. Физический смысл коэффициента теплопроводности.

Примеры решения задач.

1. Баллон ёмкостью 20 л с кислородом при давлении p_1 = 100 ат и температуре

$t_1 = 7°C$ нагревается до $t_2 = 27°C$. Какое количество теплоты при этом поглощает газ?

Дано:	СИ
$V = 20$ л	$2\cdot10^{-2}$ м^3
$p_1 = 100$ ат	10^7 Па
$t_1 = 7°C$	280 К
$t_2 = 27°C$	300 К
Q – ?	

Решение:

Так как тепловое расширение баллона очень незначительно – им можно пренебречь и процесс нагревания газа считать изохорным.

Данную задачу можно решить двумя способами, используя первое начало термодинамики или формулу количества теплоты необходимого для нагревания.

1-й способ.

По первому началу термодинамики для изохорного процесса всё подведённое к газу тепло идёт на изменение его внутренней энергии

$$Q = \Delta U .$$

По (12.4) $\Delta U = \frac{i}{2}\cdot\frac{m}{M}\cdot R\cdot\Delta T$. Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для начального состояния газа: $p_1\cdot V = \frac{m}{M}\cdot R\cdot T_1$. Из сравнения последних уравнений получим: $\Delta U = \frac{i}{2}\cdot V\cdot\Delta p$ или $\Delta U = \frac{i}{2}\cdot V\cdot(p_2 - p_1)$. После преобразований – получим: $\Delta U = \frac{i}{2}\cdot V\cdot p_1\cdot\left(\frac{p_2}{p_1} - 1\right)$.

По закону Шарля $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$.

Итак: $Q = \Delta U = \frac{i}{2}\cdot V\cdot p_1\cdot\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$.

2-й способ.

По (12.9) $dQ = C\cdot\nu\cdot dT$. Из уравнения Менделеева–Клапейрона для начального состояния газа $\nu = \frac{p_1\cdot V}{R\cdot T_1}$. По (12.11) $C_V = \frac{i}{2}\cdot R$. Учитывая значение C_V и ν, получим: $dQ = \frac{i}{2}\cdot\frac{p_1\cdot V}{T_1}\cdot dT$. Интегрируя, получим: $Q = \int_{T_1}^{T_2}\frac{i}{2}\cdot\frac{p_1\cdot V}{T_1}\cdot dT$. Так как $\frac{i}{2}\cdot\frac{p_1\cdot V}{T_1}$ – величина постоянная, то:

$$Q = \frac{i}{2}\cdot\frac{p_1\cdot V}{T_1}\cdot(T_2 - T_1) \text{ или } Q = \Delta U = \frac{i}{2}\cdot V\cdot p_1\cdot\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right).$$

Кислород – двухатомный газ. Поэтому $i = 5$. Подставляя численные значения, получим: $Q = 3{,}6\cdot10^4$ Дж.

Ответ: $Q = 3{,}6\cdot10^4$ Дж.

2. Газовая смесь состоит из 2 кг азота и 1 кг аргона. Принимая эти газы за идеальные, определить удельные теплоёмкости газовой смеси.

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 1$ кг
C_V – ?
C_p – ?

Решение:

Выразим количество теплоты, необходимое для нагревания смеси двумя способами: $Q = c_V\cdot(m_1 + m_2)\cdot\Delta T$

$$Q = (c_{V1}\cdot m_1 + c_{V2}\cdot m_2)\cdot\Delta T$$

Приравнивая правые части, и, сокращая на ΔT, получим:

$c_V \cdot (m_1 + m_2) = c_{V1} \cdot m_1 + c_{V2} \cdot m_2$. Отсюда:

$$c_V = \frac{c_{V1} \cdot m_1 + c_{V2} \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad (1),$$

где c_V – удельная теплоёмкость смеси при постоянном объёме; c_{V1} – удельная теплоёмкость азота при постоянном объёме; c_{V2} – удельная теплоёмкость аргона при постоянном объёме; m_1, m_2 – их массы.

Аналогичным образом для удельной теплоёмкости смеси при постоянном давлении, получим:

$$c_p = \frac{c_{p1} \cdot m_1 + c_{p2} \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad (2).$$

Из (12.10), (12.11) следует: $c_V = \frac{i \cdot R}{2 \cdot M}$. Из (12.10), (12.13) следует: $c_p = \frac{(i+2) \cdot R}{2 \cdot M}$.

Подставляя значения c_V и c_p в уравнения (1) и (2), после преобразований получим:

$$c_V = \frac{R}{2 \cdot (m_1 + m_2)} \cdot \left(i_1 \cdot \frac{m_1}{M_1} + i_2 \cdot \frac{m_2}{M_2} \right).$$

$$c_p = \frac{R}{2 \cdot (m_1 + m_2)} \cdot \left((i_1 + 2) \cdot \frac{m_1}{M_1} + (i_2 + 2) \cdot \frac{m_2}{M_2} \right).$$

Азот – двухатомный газ. Значит $i_1 = 5$. Его молярная масса $M_1 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Аргон – одноатомный газ. Значит $i_2 = 3$. Его молярная масса $M_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Подставляя численные значения, получим:

$$c_V \approx 598 \ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

$$c_p \approx 866 \ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Ответ: $c_V \approx 598 \ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$; $c_p \approx 866 \ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

3. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл совершает работу $1{,}5 \cdot 10^5$ Дж. Температура нагревателя 400 К, температура холодильника 260 К. Найти КПД машины, количество теплоты, получаемое машиной за 1 цикл от нагревателя, и количество теплоты, отдаваемое за 1 цикл холодильнику.

Дано:	Решение:
$A = 1{,}5 \cdot 10^5$ Дж $T_1 = 400$ К $T_2 = 260$ К	По (12.23) $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$. По (12.21) $\eta = \frac{A}{Q_1}$, где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя. Приравнивая правые части, после преобразований, получим: $Q_1 = \frac{A \cdot T_1}{T_1 - T_2}$.
η, Q_1, Q_2 – ?	

Работа, совершаемая рабочим телом за цикл, равна разности полученного от нагревателя и отданного холодильнику количества теплоты. $A = Q_1 - Q_2$. Отсюда $Q_2 = Q_1 - A$ или, учитывая значение Q_1 –

$$Q_2 = A \cdot \left(\frac{T_1}{T_1 - T_2} - 1 \right).$$

Подставляя численные значения, получим:

$\eta = 0{,}35$;

$Q_1 \approx 429$ кДж;

$Q_2 \approx 279$ кДж.

Ответ: $\eta = 0{,}35$; $Q_1 \approx 429$ кДж; $Q_2 \approx 279$ кДж.

Задачи для самостоятельного решения.

35. Какую работу надо совершить, чтобы, медленно сжимая при помощи поршня газ в цилиндре с хорошо проводящими тепло стенками, увеличить его давление в 2 раза? Начальное давление газа 760 мм рт. ст., начальный объём 5 л. Во время сжатия давление и температура окружающего воздуха остаются постоянными. Весом поршня и трением пренебречь. Сколько тепла выделяется при сжатии газа?

36. Найти адиабатическую постоянную смеси 8 г гелия и 16 г кислорода.

37. Температура нагревателя тепловой машины 500 К. Температура холодильника 400 К. Определить КПД машины, работающей по циклу Карно, и полезную мощность машины, если нагреватель ежесекундно передаёт ей 1675 Дж теплоты.

СЕМИНАР
по теме «Молекулярная физика и термодинамика»

I. Задания для повторения

Задание 1. Найдите соответствие.

Основные положения МКТ		Примеры, подтверждающие положения.	
1	Все тела состоят из молекул.	А	Броуновское движение.
2	Молекулы очень малы и находятся в беспрерывном хаотическом движении.	Б	Диффузия.
3	Молекулы взаимодействуют друг с другом.	В	При нагревании газы расширяются.
		Г	Если смешать 1 литр спирта с 1 литром воды, то общий объем получится менее 2 литров.
		Д	Два бумажных листа, смоченные водой, прилипают друг к другу.
		Е	Твердые и жидкие тела не распадаются сами собой на отдельные молекулы.
		Ж	Газы занимают весь предоставленный им объем.
		З	Запах нафталина распространяется в комнате.
		И	Вспотевшему человеку трудно снять рубашку.

Задание 2. Найдите соответствие.

Физическая величина		Единица измерения	
1	Масса	А	Дж
2	Количество вещества	Б	%
3	Молярная масса	В	$\frac{Дж}{К}$
4	Давление	Г	$м^{-3}$
5	Скорость движения молекул	Д	$Па \cdot с$

6	Концентрация молекул	Е	$\frac{кг \cdot м}{с^3 \cdot К}$
7	Число степеней свободы	Ж	$с^{-1}$
8	Внутренняя энергия	З	кг/моль
9	Удельная теплоемкость	И	$\frac{м^2}{с}$
10	Молярная теплоемкость	К	$\frac{Дж}{моль \cdot К}$
11	Адиабатическая постоянная	Л	$\frac{кг}{м^4}$
12	КПД	М	$\frac{Дж}{м \cdot К}$
13	Энтропия	Н	кг
14	Коэффициент динамической вязкости	О	не имеет единиц измерения
15	Градиент скорости	П	Па
16	Коэффициент диффузии	Р	м/с
17	Градиент плотности	С	$\frac{К}{м}$
18	Коэффициент теплопроводности	Т	моль
19	Градиент температуры		

Задание 3. Найдите соответствие

Постоянная		Численное значение		Единица измерения	
1	Больцмана	А	8,31	α	$моль^{-1}$
2	Авогадро	Б	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$	β	$\frac{Дж}{моль \cdot К}$
3	Универсальная газовая	В	$6{,}02 \cdot 10^{23}$	γ	$\frac{Дж}{К}$

Задание 4. Расположить по порядку вывод основного уравнения МКТ

1) Так как направления движения молекул в сосуде равноправны, то по теореме Пифагора $\langle v \rangle^2 = 3 \cdot v_x^2$;

2) Изменение импульса молекулы $\Delta m_0 \cdot v_x = 2 \cdot m_0 \cdot v_x$;

3) По определению давления $p = \frac{F}{S}$;

4) Число сталкивающихся со стенкой молекул $N = n \cdot V$;

5) Сила, с которой молекула действует на стенку $f = \frac{2 \cdot m_0 \cdot v_x}{\Delta t}$;

6) По второму закону Ньютона $a = \frac{\Delta m_0 \cdot v_x}{\Delta t}$;

7) Учитывая, что в среднем к правой стенке движется только половина молекул, находящихся в сосуде, для силы их взаимодействия со стенкой получим: $F = n \cdot S \cdot m_0 \cdot v_x^2$;

8) Основное уравнение МКТ $p = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m_0 \cdot \langle v \rangle^2$;

9) Объем сосуда, занимаемый молекулами, столкнувшимися с правой стенкой $V = v_x \cdot \Delta t \cdot S$;

10) Равнодействующая сил, с которой на правую стенку действуют молекулы $F = N \cdot f$.

Задание 5. На модели показать виды движения одноатомной, двухатомной, трехатомной и многоатомной молекулы и назвать число степеней свободы этих молекул.

Задание 6. Найдите соответствие.

Способы изменения внутренней энергии тела		Примеры	
1	Совершение работы над телом	А	Пила нагревается, если ею долго пилить.
2	Теплопередача (конвекция, теплопроводность, излучение)	Б	Шляпка гвоздя при его вколачивании нагревается.
		В	Комнатный воздух обогревается за счет горячей воды, протекающей через отопительные батареи.
		Г	Когда вы потираете руки, они нагреваются.
		Д	Тепловое движение частиц от места нагрева металлической проволоки передается от частиц одного слоя частицам соседнего слоя.
		Е	Летом воздух в здании нагревается, получая теплоту.
		Ж	Земля нагревается от Солнца.
		З	Железный гвоздь невозможно долго нагревать, держа его в руке; горящую спичку можно держать до тех пор, пока пламя не коснется руки.
		И	На берегах морей возникают бризы.

Задание 7. Расположить по порядку вывод уравнения Пуассона.

1) Из уравнения Майера следует $R = C_p - C_V$;

2) Первое начало термодинамики для адиабатного процесса имеет вид $dA = -dU$;

3) Из уравнения Менделеева - Клапейрона для 1 моля газа получим $T = \dfrac{p \cdot V}{R}$;

4) По определению адиабатного процесса $dQ = 0$;

5) Изменение внутренней энергии 1 моля газа $dU = C_V \cdot dT$;

6) Уравнение Пуассона в переменных T,V $T \cdot V^{\gamma - 1} = const$;

7) Работа газа при постоянном давлении $dA = p \cdot dV$;

8) Разделив последнее уравнение на $C_V \cdot T$, получим $\dfrac{dT}{T} + \dfrac{p \cdot dV}{C_V \cdot T} = 0$;

9) При адиабатном процессе для 1 моля газа $C_V \cdot dT + p \cdot dV = 0$;

10) После преобразований получим $\dfrac{dT}{T} + \dfrac{dV}{V} \cdot (\gamma - 1) = 0$;

11) Уравнение Пуассона в переменных p,V $p \cdot V^{\gamma} = const$;

12) $T = \dfrac{p \cdot V}{C_p - C_V}$.

Задание 8. Найдите соответствие формулы (закона) и ее названия.

Формула (закон)		Название	
1	$p = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m_0 \cdot \langle v \rangle^2$	А	Фурье
2	$p = \frac{2}{3} \cdot n \cdot \langle E \rangle$	Б	Дальтона
3	$p = n \cdot k \cdot T$	В	I начало термодинамики
4	$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$	Г	Основное уравнение МКТ
5	$p \cdot V - const$ при $T - const$	Д	Пуассона
6	$\frac{V}{T} - const$ при $p - const$	Е	Карно
7	$\frac{p}{T} - const$ при $V - const$	Ж	Гей – Люссака
8	$p = \sum_{i=1}^{n} p_i$	З	Менделеева – Клапейрона
9	$Q = \Delta U + A$	И	Ньютона
10	$C_p = C_V + R$	К	Шарля
11	$p \cdot V^{\gamma} = const$ при $dQ = 0$	Л	Фика
12	$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$	М	Майера
13	$F = -\eta \cdot \frac{dv}{dx} \cdot S$	Н	Бойля - Мариотта
14	$m = -D \cdot \frac{d\rho}{dx} \cdot S \cdot dt$	О	
15	$Q = -\chi \cdot \frac{dT}{dx} \cdot S$	П	

Задание 9. Найдите соответствие.

Физическая величина		Физический смысл	
1	Постоянная Больцмана	А	Численно равен теплоте, проходящей за 1 секунду через площадку 1 м^2, расположенную перпендикулярно направлению распространения теплоты при градиенте температуры 1 $\frac{К}{м}$
2	Постоянная Авогадро	Б	Масса вещества, взятого в количестве 1 моль.
3	Универсальная газовая постоянная	В	Сумма кинетической и потенциальной энергии молекул вещества.
4	Коэффициент динамической вязкости	Г	Численно равен массе газа, продиффундировавшего за 1 секунду через площадку 1 м^2, расположенную нормально к потоку диффузии при градиенте плотности, равном 1 $\frac{кг}{м^4}$.
5	Коэффициент диффузии	Д	Численно равна числу молекул, находящихся в 1 моле любого вещества.
6	Коэффициент теп-	Е	Численно равна изменению средней кинетиче-

	лопроводности		ской энергии молекулы газа при изменении температуры вещества на 1 К.
7	Молярная масса вещества	Ж	Является количественной мерой степени молекулярного беспорядка.
8	Внутренняя энергия вещества	З	Численно равен силе вязкого трения, действующей между слоями площадью 1 м^2 при градиенте скорости 1 с$^{-1}$.
9	Энтропия	И	Численно равна работе, совершенной 1 молем газа при изобарическом нагревании его на 1 К.

Задание 10. Найдите соответствие.

Энтропия		Примеры	
1	Уменьшается	А	Вращение абсолютно твердого тела, при котором все молекулы движутся с одной и той же угловой скоростью.
2	Не изменяется	Б	Вещество находится при 0 К.
3	Увеличивается	В	Любой обратимый процесс.
		Г	Плавление вещества.
		Д	Испарение воды.
		Е	Адиабатический процесс.

Задание 11. Найдите соответствие.

Явления переноса		Примеры	
1	Внутреннее трение	А	Маленькая крупинка краски изменяет цвет большого количества воды.
2	Диффузия	Б	При комнатной температуре молекулы пластинок золота и свинца проникают из одной в другую за 5 лет на глубину 1 мм.
3	Теплопроводность	В	Для отопления помещений применяются металлические батареи.
		Г	Воздух между стеклами двойных оконных рам хорошо сохраняет тепло в комнате.
		Д	На морозе металлическая дверная ручка кажется на ощупь холоднее деревянной. При большой жаре металлический стержень на ощупь кажется горячее, чем деревянный.
		Е	Возникающее в жидкости движение после прекращения действия причин, его вызывающих, постепенно прекращается.

II. Экспериментальные задачи:

1. Проделайте и объясните с точки зрения молекулярно-кинетической теории все операции по установке медицинских банок на теле человека.

2. Принесите из холода в комнату стакан с водой. Поведите наблюдения и объясните явления, происходящие одновременно на внешних и внутренних стенках сосуда.

3. В кастрюле с водой плавает пробирка, в которую налита вода. Поставьте кастрюлю на нагреватель. Закипит ли вода в пробирке при кипении воды в кастрюле?

Методические указания: Для того, чтобы вода закипела в сосуде, необходимо иметь нагреватель с температурой, превышающей температуру кипения воды, для непрерывного подвода энергии к жидкости.

4. В пробирку примерно на треть объема насыпана свинцовая дробь, а одна треть пробирки занята водой. В другой такой же пробирке налита одна вода до того же уровня, что и в первой. В какой пробирке вода закипит быстрее?

Методические указания: Кроме указанного оборудования, используют штатив, нагреватель, секундомер. Опыт проходит быстрее и интереснее, если обе пробирки нагреваются одновременно одинаковыми нагревателями. В этом случае быстрота подвода количества теплоты к каждой пробирке одинаковая. Но количество теплоты, необходимое для нагревания до кипения пробирки только с жидкостью, требуется больше, поэтому вода в ней закипит позднее. При объяснении наблюдаемого явления необходимо сопоставить удельные теплоемкости и плотности воды и свинца (по табличным данным).